

SÉRIE A. N°
N° D'ORDRE :

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

G. LAVILLE

Ingénieur I. E. N.

Chef de travaux à la Faculté des Sciences de Nancy

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA PROPAGATION
DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES LE LONG DES FILS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le **Juillet 1924** devant la Commission d'examen

MM. GUNTZ..... *Président.*

GUTTON..... } *Examineurs.*
E. DARMOIS..... }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1924

SÉRIE A. N^o
N^o D'ORDRE :

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

G. LAVILLE

Ingénieur I. E. N.

Chef de travaux à la Faculté des Sciences de Nancy

1^{re} THÈSE. — RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA PROPAGATION
DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES LE LONG DES FILS.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le Juillet 1924 devant la Commission d'examen



MM. GUNTZ..... *Président.*

GUTTON..... } *Examineurs.*

E. DARMOIS..... }

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1924

UNIVERSITÉ DE NANCY

FACULTÉ DES SCIENCES

Doyen : M. PETIT

Assesseur : M. GAIN

Professeurs honoraires :

MM. HALLER, BLONDLOT, CARTAN, BLAISE,
LE MONNIER, THOULET, MULLER, GUYOT

Chargé de cours honoraire :

M. MILLOT

Professeurs :

MM. PETIT.....	Chimie Agricole.
VOGT.....	Mathématiques appliquées.
GUNTZ.....	Chimie Minérale.
CUÉNOT.....	Zoologie.
N.....	Chimie.
GAIN.....	Botanique.
GUTTON.....	Physique.
COURTOT.....	Chimie tinctoriale.
HUSSON.....	Mécanique rationnelle.
MAUDUIT.....	Electrotechnique.
FALLOT.....	Géologie.
LEAU.....	Calcul différentiel et intégral.
BOURION.....	Chimie physique et electrochimie.
DARMOIS E....	Physique.
VAVON.....	Chimie organique.
TRAVERS.....	Chimie industrielle.
LONGCHAMBON.	Minéralogie.
DARMOIS G....	Analyse supérieure.
BOUIN.....	Zoologie appliquée.
CROZE.....	Physique.
GRUMBACH....	Physique.

Chargés de Cours :

MM. JOLY.....	Géologie de Lorraine.
CORNUBERT...	Chimie.

Maîtres de Conférences :

MM. RAYBAUD....	Botanique.
MENTRE.....	Mécanique appliquée.

Secrétaire : M. BERTRAND

A MONSIEUR LE
PROFESSEUR C. GUTTON

Hommage reconnaissant



Digitized by the Internet Archive
in 2026

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES LE LONG DES FILS

Par G. LAVILLE

SOMMAIRE

Le but de ce travail est de contrôler expérimentalement la valeur des théories de la propagation d'ondes électro-magnétiques de très hautes fréquences le long de fils métalliques.

Une ligne de deux fils parallèles, limitée à son origine par un pont fixe sur lequel est intercalée une soudure thermoélectrique et à son extrémité par un pont mobile, est couplée à un oscillateur à lampes à trois électrodes fournissant des oscillations de fréquence bien définie et d'amplitude constante.

Le courant qui passe dans le pont fixe varie lorsque l'on déplace le pont mobile et en traçant en fonction des déplacements de ce dernier la courbe des valeurs efficaces de courant dans le pont d'entrée, on obtient la courbe de résonance de la ligne étudiée pour la fréquence de l'oscillateur. Cette courbe permet par des opérations graphiques simples de déterminer l'amortissement dû à la propagation et de comparer les valeurs ainsi trouvées aux valeurs que donneraient les différentes théories.

Cette étude a été effectuée pour des fréquences variant de $1,5 \times 10^8$ à 3×10^6 environ.

Pour des fils de cuivre et de bronze d'aluminium de diamètres différents et placés à des distances variables, l'étude de la courbe de résonance a permis de rechercher l'influence de la résistivité des fils, de leurs distances et de leurs diamètres sur l'amortissement de propagation et sur la diminution de longueur d'onde qui en résulte.

La même étude appliquée à des fils de fer et de nickel a permis d'étudier l'influence de l'hystérésis aux hautes fréquences et de mesurer la perméabilité magnétique de ces métaux.

INTRODUCTION

Les ondes électromagnétiques qui se propagent le long de deux fils parallèles indéfinis subissent un amortissement dû à la propagation. Nous ne possédons à ce sujet que des connaissances peu sûres car les différentes théories dont elles résultent sont incomplètes et n'ont pas subi le contrôle rigoureux de l'expérience.

Un premier type de théorie a été développé successivement par Heaviside, Vaschy, Poincaré à propos des lignes téléphoniques. Il fait usage des notions de résistance, self-induction et capacité de la ligne par unité de longueur et aboutit à l'équation des télégraphistes qui résout complètement, dans le cas d'oscillations sinusoïdales, le problème de la propagation. La loi suivant laquelle une onde progressive se propage est alors de la forme

$$(1) \quad u = Ue^{-\gamma z} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)$$

L'amortissement γ et la longueur d'onde λ s'expriment à l'aide de formules classiques en fonction de la résistance, de la self-induction et de la capacité par unité de longueur. Ces dernières grandeurs sont reliées, par des formules connues, à la fréquence, aux dimensions géométriques de la ligne, à la perméabilité et à la résistivité des métaux qui la constituent.

Il n'est pas possible de prévoir ce que valent ces résultats lorsqu'on les applique au cas des fréquences hertziennes car ils ont été obtenus sans tenir compte des courants de déplacement.

La théorie de G. Mie ⁽¹⁾ appartient à un type différent. Elle ne fait pas usage des notions de résistance, self-induction et capacité par unité de longueur mais elle utilise les équations de Maxwell et échappe ainsi à la critique précédente. Elle ne prévoit pas la forme de la loi de propagation. Elle admet la formule (1), démontre qu'elle est acceptable et calcule la relation complexe qui existe entre l'amortissement, la longueur d'onde, la fréquence et les caractéristiques de la ligne.

Sans entrer dans le détail des calculs, disons de suite que, si l'on exclut les cas très particuliers où l'on envisagerait une ligne formée de fils de grands diamètres très rapprochés ou, au contraire, éloignés de distances de l'ordre de la longueur d'onde, cette relation est exactement la même que celle que donneraient les théories du premier type. Pour fixer les idées, cette identité a lieu pour des fils d'un millimètre de diamètre situés à des distances variant de 1 à 50 cm. et pour des longueurs d'onde supérieures à 1 m.

La théorie de Mie légitime ainsi les approximations admises dans les théories du premier type *pourvu que l'on puisse vérifier la validité de la formule (1)* qui définit la propagation d'une onde sinusoïdale progressive.

Cette vérification n'a pas encore été faite par l'expérience parce que les oscillateurs à étincelles fournissaient des oscillations amorties dans le temps et cet amortissement masquait les effets de l'amortissement dû à la propagation.

Il nous a semblé intéressant d'étudier ce problème en utilisant des oscillateurs à lampes qui fournissent des oscillations d'amplitude constante. Nous avons cherché à mesurer l'amortissement de propagation avec une précision suffisante pour vérifier les conséquences de la formule (1). Celles-ci

(1) G. MIE. Elektrische Wellen an zwei parallelen Drähten. *Annalen der Physik*. Année 1910, pp. 201-250.

sont contenues dans les formules suivantes dont nous ferons un fréquent usage :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{2\rho}{16\pi^2 d^2 \Omega \log \frac{2D}{d}} + \frac{\gamma^2}{4\pi^2} \\ \lambda = \frac{\pi}{\Omega} \frac{\lambda}{\lambda_0} \left[\frac{\sqrt{\frac{\mu\rho\Omega}{\lambda_0}}}{2\pi d \log \frac{2D}{d}} - \frac{\rho}{16\pi^2 d^2 \log \frac{2D}{d}} \right] \end{array} \right.$$

Nous y désignons par λ la longueur d'onde le long des fils, par λ_0 la longueur d'onde dans le vide d'ondes planes de même fréquence et par γ l'amortissement.

Ω représente le rapport des unités, 3×10^{10} ; d le diamètre des fils, D la distance de leurs axes, μ et ρ la perméabilité et la résistivité du métal des fils.

Les formules (2) montrent que la longueur d'onde λ est inférieure à λ_0 . Elles prennent une forme simple lorsque les métaux ne sont pas magnétiques et s'écrivent :

$$(2)' \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi\lambda} \\ \gamma = \frac{1}{\Omega} \frac{\sqrt{\frac{\mu\rho\Omega}{\lambda_0}}}{2d \log \frac{2D}{d}} \end{array} \right.$$

La première de ces deux dernières formules peut encore s'écrire lorsque γ est assez petit :

$$(3) \quad \Delta\lambda = \frac{2\pi}{\gamma\lambda^2}$$

si l'on convient de poser $\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$.

On voit que, pour une ligne donnée, l'amortissement varie sensiblement comme la racine carrée de la fréquence.

La diminution relative de la longueur d'onde $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ varie comme l'inverse de la racine carrée de la fréquence.

Pour vérifier ces conséquences, nous avons utilisé les phénomènes de résonance que donnent les ondes stationnaires produites dans une ligne où sont entretenues des oscillations sinusoïdales. Nous avons été amené à rechercher dans quelle mesure les résultats relatifs à une ligne indéfinie sont encore valables pour une ligne réelle limitée et comment on peut tenir compte des perturbations qu'introduisent les extrémités de la ligne.

Nous avons étudié différentes lignes constituées soit par un métal non magnétique bon conducteur, le cuivre, soit par un métal plus résistant, le bronze d'aluminium; soit enfin par des métaux ferromagnétiques : le fer et le nickel.

Nous avons recherché si les amortissements trouvés et les diminutions de longueur d'onde correspondaient dans ces différents cas à ceux qu'indiquent les théories.

L'étude des métaux non magnétiques nous a permis de rechercher l'influence de la résistivité sur la propagation. Par l'étude du fer et du nickel nous avons pu mesurer la perméabilité magnétique de ces métaux aux hautes fréquences et rechercher l'influence de l'hystérésis sur la propagation.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de la Faculté des Sciences de Nancy dont M. le professeur Gutton a mis les ressources à notre disposition avec une bienveillance que nous aimons à nous rappeler. Nous tenons à dire ici à notre Maître combien ses conseils et ses critiques en nous faisant profiter de son expérience sur un sujet où il est particulièrement compétent nous ont été précieux, tant par l'orientation qu'ils ont donnée à nos recherches que par l'encouragement qu'ils nous ont apporté. En le priant d'accepter l'hommage de notre travail, nous avons à cœur de lui exprimer notre profonde reconnaissance.

Nous voulons aussi remercier M. le professeur E. Darmais de l'intérêt sympathique avec lequel il a suivi nos recherches et des conseils qu'il a bien voulu nous donner.

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

Nous diviserons l'exposé de ce travail en trois chapitres :

1^o Principe et théorie des expériences. Procédés d'analyse des courbes de résonance. Caractères relatifs à la propagation sinusoïdale amortie. Mesure de l'amortissement.

2^o Description des appareils. Discussion des montages employés en vue de se rapprocher des conditions simples où le calcul est possible. Description des expériences.

3^o Résultats expérimentaux. Conclusions.

CHAPITRE PREMIER

Principe des expériences.

Une ligne constituée par deux fils métalliques parallèles est fermée à son origine par un pont métallique fixe P. Un pont métallique mobile M peut être déplacé sur cette ligne et limite avec le premier un circuit rectangulaire fermé dont la longueur des grands côtés est x . Un oscillateur à lampe à trois électrodes entretient par induction dans le pont fixe P une force électro-motrice sinusoïdale de fréquence bien définie et d'amplitude constante. Sur ce pont fixe est intercalée une soudure thermo-électrique reliée à un galvanomètre dont les indications sont proportionnelles au carré de la valeur efficace du courant dans le pont (fig. 1).

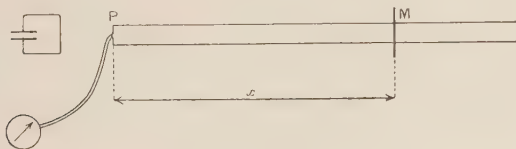


Fig. 1.

Les ondes électro-magnétiques, qui se propagent le long de la ligne, se réfléchissent sur les deux ponts. Il s'établit un système d'ondes stationnaires et, pour une distance convenable entre les ponts, le tronçon de ligne qu'ils limitent entre en résonance. Le courant efficace dans le pont d'entrée atteint alors une intensité maximum.

En portant en abscisses les distances x du pont mobile au

pont d'entrée et en ordonnées les déviations correspondantes du galvanomètre, on obtient la courbe de résonance de la ligne relative à la fréquence de l'oscillateur. La forme de cette courbe dépend de conditions très complexes et ne peut immédiatement fournir la valeur de l'amortissement de propagation des ondes. Les ponts fixe et mobile, la soudure thermo-électrique qui sert aux mesures interviennent pour modifier considérablement la courbe de résonance. Un choix judicieux des ponts permet de diminuer l'effet des perturbations qu'ils produisent et d'obtenir des courbes de résonance dont l'étude permet de tenir compte de ces perturbations et d'atteindre par là-même la valeur de l'amortissement résultant de la propagation des ondes progressives le long d'une ligne indéfinie.

Nous développerons d'abord le calcul qui permet de reconnaître dans quels cas il est possible de tenir compte des perturbations aux extrémités et d'arriver par suite à la connaissance de l'amortissement. Nous limiterons cette étude aux cas sur lesquels ont porté les expériences et utiliserons les simplifications que celles-ci ont suggérées.

Calcul des courbes de résonance. — Admettons que le long de la ligne fermée limitée par les ponts il existe une propagation sinusoïdale amortie définie par les coefficients R , L et C relatifs à une ligne indéfinie constituée par des fils semblables et semblablement écartés.

Nous examinerons en premier lieu :

Le cas idéal où le pont d'entrée et le pont mobile sont des réflecteurs parfaits pour les ondes électro-magnétiques. Cela revient à admettre que les équations indéfinies de la propagation sont valables sans correction d'une extrémité à l'autre de la ligne. Les ponts ne donnent lieu à aucun rayonnement. Ce cas idéal est quelquefois réalisé très approximativement et son étude permet de passer aux cas réels plus compliqués en introduisant des corrections simples.

Nous examinerons en second lieu :

Le cas où le pont mobile seul est parfaitement réfléchissant et où le pont d'entrée joue un rôle perturbateur. *Il est possible de se mettre très exactement dans ces conditions par un choix convenable du pont mobile.*

1° LES DEUX PONTS SONT DES RÉFLECTEURS PARFAITS

Désignons par $Ee^{i\omega t}$ la correspondante imaginaire de la force électro-motrice imposée à l'entrée de la ligne et par $Ve^{i\omega t}$ et $Ie^{i\omega t}$ celles de la différence de potentiel entre les fils et du courant au point d'abscisse z .

Le courant et la différence de potentiel satisfont aux deux équations différentielles

$$(4) \quad -\frac{dV}{dz} = (R + iL\omega)I, \quad -\frac{dI}{dz} = iC\omega V.$$

qui montrent que V et I sont solutions de l'équation différentielle unique

$$\frac{d^2u}{dz^2} = iC\omega(R + iL\omega)u$$

Les solutions générales s'écrivent, en convenant de poser

$$\begin{cases} iC\omega(R + iL\omega) = \beta^2 \\ I = Ae^{\beta z} + Be^{-\beta z} \\ V = A'e^{\beta z} + B'e^{-\beta z} \end{cases}$$

où A , B , A' , B' , désignent des constantes. En portant ces valeurs dans la première équation (4) on exprime A' et B' en fonction de A et B par les formules

$$A' = -\frac{\rho}{\zeta} A \quad B' = \frac{\rho}{\zeta} B$$

en posant pour abréger

$$\rho = R + iL\omega$$

Finalement il vient

$$(5) \quad \begin{cases} I = Ae^{\frac{\rho}{\beta}z} + Be^{-\frac{\rho}{\beta}z} \\ V = -\frac{\rho}{\beta} [Ae^{\frac{\rho}{\beta}z} - Be^{-\frac{\rho}{\beta}z}] \end{cases}$$

Ecrivons qu'à l'origine la différence de potentiel V entre les deux fils est égale à la force électro-motrice imposée E , puisque le pont d'entrée, réflecteur parfait, doit être supposé sans résistance et sans self-induction. Ecrivons aussi qu'à l'abscisse x du pont mobile la différence de potentiel entre les deux fils est nulle

$$\begin{cases} A - B = -\frac{\rho}{E} \\ Ae^{\beta x} - Be^{-\beta x} = 0 \end{cases}$$

Ces deux conditions déterminent A et B . Le courant et la différence de potentiel relatifs à l'abscisse z s'écrivent :

$$(6) \quad \begin{cases} I = \frac{\rho}{E} \frac{e^{\frac{\rho}{\beta}(z-x)} + e^{-\frac{\rho}{\beta}(z-x)}}{e^{\beta x} - e^{-\beta x}} \\ V = E \frac{e^{-\beta(z-x)} - e^{-\beta(z+x)}}{e^{\beta x} - e^{-\beta x}} \end{cases}$$

Les carrés des valeurs efficaces s'obtiennent simplement en multipliant les expressions précédentes par leurs quantités conjuguées et l'on obtient, tous calculs effectués, en posant $\beta = \gamma + i\alpha$ où γ désigne l'amortissement et α la quantité $\frac{2\pi}{\lambda}$.

$$(7) \quad \begin{cases} I_e^2 = \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2\omega^2} E_e^2 \frac{\operatorname{ch} 2\gamma(z-x) + \cos 2\alpha(z-x)}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x} \\ V_e^2 = E_e^2 \frac{\operatorname{ch} 2\gamma(z-x) - \cos 2\alpha(z-x)}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x} \end{cases}$$

Comme la déviation du galvanomètre disposé sur le circuit d'une soudure thermo-électrique intercalée dans le pont d'en-

trée ($z = 0$) est proportionnelle au carré du courant efficace, cette déviation s'exprime par la formule

$$(8) \quad \delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x}$$

où A désigne un terme dans lequel entrent en facteur la valeur efficace de la force électro-motrice, la quantité $\frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$, qui ne dépend que de la ligne, et la constante du galvanomètre et de la soudure thermo-électrique. Si la force électro-motrice garde la même amplitude pendant l'expérience, A est une constante. La courbe de résonance définie par l'équation (8) peut être tracée en mesurant les déviations du galvanomètre pour les diverses positions du pont mobile.

Deux cas extrêmes doivent être considérés : celui où l'amortissement, sans être nul est très petit et celui où il a une valeur notable.

a) *L'amortissement est très petit.* — Lorsque γ est assez petit pour que l'on puisse écrire sans erreur notable

$$\operatorname{ch} 2\gamma x = 1 + 2\gamma^2 x^2$$

l'équation transcendante (23) se simplifie et prend la forme

$$\delta = A \frac{1 + 2\gamma^2 x^2 + \cos 2\alpha x}{(1 - \cos 2\alpha x) + 2\gamma^2 x^2}$$

La courbe de résonance représentée par cette équation a la forme indiquée par la figure 2.

Elle présente des maxima très accentués et des minima presque nuls de sorte qu'elle semble constituée par une série de courbes indépendantes que pour abrégé j'appellerai pointes. Les distances de deux maxima successifs sont un peu plus petites qu'une demi-longueur d'onde et l'abscisse du maximum de rang n est donnée par la formule

$$(9) \quad x = n \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\gamma^2 \lambda^3}{8\pi^2} \right)$$

On peut vérifier que, pour de petites longueurs d'ondes et de faibles amortissements, il est rigoureux d'admettre que les maxima successifs sont équidistants et que leur équidistance mesure très exactement $\frac{\lambda}{2}$.

Par exemple, pour une longueur d'onde de 6 m., une expérience nous a permis de mesurer l'amortissement dont la valeur est égale à 10^{-5} environ. On constate alors à l'aide de la formule (9) que la distance de deux maxima successifs diffère de 3 m. de moins de 3 microns.

On ne commettra pas une erreur sensible dans le calcul du maximum de rang n en remplaçant dans la formule (8) x par $n \frac{\lambda}{2}$ et l'on obtiendra

$$(10) \quad \delta_M = \frac{4A}{\gamma^2 \lambda^2} \frac{1}{n^2}.$$

Cette formule montre que les ordonnées décroissent en raison inverse du carré de leur rang. Si l'on représente le premier maximum par l'unité, les maxima suivants sont égaux à $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, ..., $\frac{1}{n^2}$, etc. Il est donc impossible, étant donné que la constante A est inconnue, de déterminer l'amortissement de propagation en utilisant la décroissance des maxima d'une courbe de résonance obtenue expérimentalement.

Les minima de la courbe de résonance ont des valeurs négligeables. Le rapport du minimum de rang n au maximum suivant est égal à

$$\frac{n^2(2n-1)^2}{64} \gamma^4 \lambda^4.$$

Pour les données numériques précédentes, le cinquième minimum serait représenté par une ordonnée égale à $1,6 \times 10^{-6}$ mm., si le premier maximum était représenté par une ordonnée égale à 1 m.

La courbe de résonance est pratiquement confondue avec l'axe des x sur la plus grande partie de la longueur qui sépare deux maxima successifs. Elle ne quitte l'axe des x que pour des positions du pont mobile comprises dans un intervalle de quelques centimètres.

Propriétés des pointes de résonance. — Les pointes de résonance jouent ainsi le rôle de courbes indépendantes et il est naturel d'essayer de les considérer séparément.

Si l'on effectue le changement de coordonnées :

$$x = X + \frac{n\lambda}{2}$$

l'équation de la courbe de résonance devient :

$$\delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma \left(X + \frac{n\lambda}{2} \right) + \cos \frac{4\pi X}{\lambda}}{\operatorname{ch} 2\gamma \left(X + \frac{n\lambda}{2} \right) - \cos \frac{4\pi X}{\lambda}}$$

En développant en série $\operatorname{ch} 2\gamma \left(X + n \frac{\lambda}{2} \right)$ et $\cos \frac{4\pi X}{\lambda}$ et en ne conservant que les termes du second degré en X , cette formule se transforme en l'expression algébrique par rapport à X

$$\delta = A \frac{(\operatorname{ch} n\gamma\lambda + 1) + 2\gamma \operatorname{sh} n\gamma\lambda X + \left(2\gamma^2 \operatorname{ch} n\gamma\lambda - \frac{8\pi^2}{\lambda^2} \right) X^2}{(\operatorname{ch} n\gamma\lambda - 1) + 2\gamma \operatorname{sh} n\gamma\lambda X + \left(2\gamma^2 \operatorname{ch} n\gamma\lambda + \frac{8\pi^2}{\lambda^2} \right) X^2}$$

qui représente la pointe de rang n aux environs de son maximum. Il suffit de substituer dans cette formule les valeurs numériques de γ et de λ utilisées précédemment pour reconnaître qu'elle représente très exactement la pointe de résonance même assez loin du maximum, jusqu'aux points où la courbe vient se confondre avec l'axe des x .

Enfin, si l'on développe de la même façon $\operatorname{ch} n\gamma\lambda$ et $\operatorname{sh} n\gamma\lambda$

en séries limitées aux termes en λ^2 , on peut transformer la formule précédente en

$$\delta = A \frac{\left(2 + \frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2} + 2\gamma^2 n \lambda X + \left[2\gamma^2 \left(1 + \frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2}\right) - \frac{8\pi^2}{\lambda^2}\right] X^2\right)}{\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2} + 2\gamma^2 n \lambda X + \left[2\gamma^2 \left(1 + \frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2}\right) + \frac{8\pi^2}{\lambda^2}\right] X^2}$$

formule où l'on peut négliger $\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2}$ devant 1 et γ^2 devant $\frac{4\pi^2}{\lambda^2}$. On arrive ainsi à la formule simple

$$\delta = \frac{A}{\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4} + 2n\gamma^2 \lambda X + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} X^2}$$

qui peut encore s'écrire

$$\delta = \frac{A}{\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4} \left(1 - \frac{\gamma^2 \lambda^2}{\pi^2}\right) + \left(\frac{2\pi X}{\lambda} + \frac{n\gamma^2 \lambda^2}{2\pi}\right)^2}$$

Avec cette nouvelle origine l'abscisse du maximum est égale à $-\frac{n\gamma^2 \lambda^3}{4\pi^2}$. En effectuant un nouveau changement de coordonnées qui revient à prendre pour axe des ordonnées la perpendiculaire à ox qui passe par le maximum, l'équation de la pointe de rang n s'écrit finalement

$$(11) \quad \delta_M = \frac{A}{\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} X^2}$$

La pointe de résonance possède donc un axe de symétrie qui passe par son maximum.

Un élément intéressant de la pointe de résonance est sa largeur. Nous appelons ainsi la longueur e du segment que l'on obtient en coupant la pointe à la moitié de sa hauteur. Elle est reliée à l'amortissement par la formule

$$(12) \quad e = n \frac{\gamma \lambda^2}{2\pi}.$$

La largeur d'une pointe est donc proportionnelle à son numéro d'ordre, à la valeur de l'amortissement et au carré de la longueur d'onde.

Inversement, si l'on a mesuré la largeur d'une pointe et la longueur d'onde, on peut calculer l'amortissement sans connaître la fréquence. On peut obtenir aussi la différence entre la longueur d'onde λ_0 qui correspondrait à la propagation le long d'une ligne sans résistance et la longueur d'onde véritable, car nous avons trouvé que cette différence est égale à

$$\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda = \frac{\gamma\lambda^2}{2\pi}$$

Il suffit pour obtenir λ_0 d'ajouter à la longueur d'onde mesurée la largeur de la première pointe.

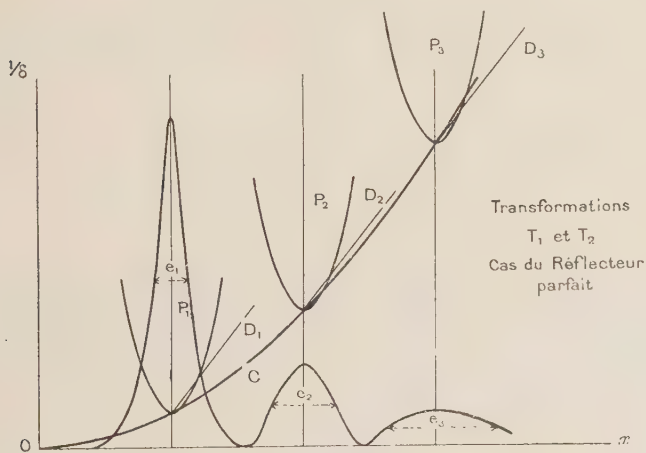


Fig. 2.

Transformations graphiques des pointes de résonance.

— Construisons la courbe P_n dont les ordonnées sont les inverses des ordonnées de la pointe de rang n . C'est une parabole d'axe vertical qui a pour équation :

$$(13) \quad y = \frac{1}{A} \left[\frac{4\pi^2}{\lambda^2} X^2 + \frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4} \right]$$

Si l'on effectue cette transformation, que nous désignerons par T_1 , pour toutes les pointes de résonance, on obtient des paraboles identiques. Les ordonnées de leurs sommets croissent comme le carré des numéros des pointes. Les sommets de toutes ces paraboles se trouvent situés sur une parabole unique C dont l'équation rapportée aux anciens axes est

$$(14) \quad y = \frac{n^2 \gamma^2}{A} x^2$$

Ainsi, la connaissance de la parabole C et de la parabole P_1 permet de construire toutes les pointes de résonance.

Appliquons maintenant aux paraboles P_n la transformation T_2 définie par la formule

$$X^2 = X'$$

Les paraboles P_n se transforment en des droites parallèles D_n ayant pour équation

$$y = mX' + p_n$$

si l'on convient de poser :

$$m = \frac{1}{A} \frac{4\pi^2}{\lambda^2}, \quad p_n = \frac{1}{A} \frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4}$$

Les deux transformations T_1 et T_2 , appliquées aux pointes d'une courbe de résonance obtenue expérimentalement permettent d'abord de reconnaître si la propagation réelle correspond au cas étudié et, dans l'affirmative, de calculer l'amortissement par la formule.

$$(15) \quad \gamma = \frac{4\pi}{n\lambda^2} \sqrt{\frac{p_n}{m}}$$

Bien que le calcul de γ par ce procédé soit moins direct que celui qui utilise la largeur des pointes, il est plus sûr et il a l'avantage, comme nous le montrerons, de s'appliquer aux cas plus complexes où le pont d'entrée et la soudure thermo-électrique introduisent des perturbations non négligeables.

b) *Grands amortissements et grandes longueurs d'onde.*

— Lorsque l'amortissement et la longueur d'onde sont trop grands pour qu'on puisse se permettre d'écrire pour les valeurs de x voisines de $\frac{\lambda}{2}$

$$\operatorname{ch} 2\gamma x = 1 + 2\gamma^2 x^2$$

les conclusions précédentes ne sont plus valables. Les transformations T_1 et T_2 permettent seulement d'obtenir des résultats grossièrement approchés qui pourront servir de valeurs de départ pour un calcul d'approximations successives.

La forme générale de la courbe de résonance définie par la formule

$$(8) \quad \delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x}$$

rappelle celle que l'on trouve dans le cas précédent mais les maxima ne sont plus équidistants. Ils sont en effet définis par l'équation :

$$(16) \quad \gamma \operatorname{th} 2\gamma x + \alpha \operatorname{tg} 2\alpha x = 0.$$

Ils correspondent aux points d'intersection des deux courbes :

$$y = \operatorname{tg} 2\alpha x, \quad y = -\frac{\gamma}{\alpha} \operatorname{th} 2\gamma x$$

et la figure (2) permet de se rendre compte de la variation des distances de deux maxima consécutifs.

Le maximum de rang n a une abscisse nettement inférieure à $n \frac{\lambda}{2}$. La différence ε_n entre $n \frac{\lambda}{2}$ et cette abscisse est définie très sensiblement par l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{4\pi\varepsilon_n}{\lambda} = \frac{\gamma\lambda}{2\pi} \operatorname{th} n\gamma\lambda.$$

ε_n augmente avec le numéro d'ordre et tend vers une limite ε_∞ définie par l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{4\pi\varepsilon_\infty}{\lambda} = \frac{\gamma\lambda}{2\pi}$$

La distance de deux maxima successifs est inférieure à la demi-longueur d'onde. Elle croît lorsque le numéro d'ordre augmente et tend vers $\frac{\lambda}{2}$. La longueur d'onde n'est donc pas un élément directement accessible à l'expérience, car on ne peut utiliser la mesure des distances des maxima très éloignés dont la position est très mal définie, les pointes correspondantes étant très aplaties.

Il n'est plus possible, pour déduire l'amortissement d'une courbe de résonance expérimentale, d'utiliser les pointes de résonance, qui ne sont plus symétriques. On en est réduit à des tâtonnements que l'on peut diriger de la façon suivante :

La distance de deux maxima successifs ou la distance du premier maximum à l'origine donne une valeur approximative λ_1 de la longueur d'onde. La largeur d'une pointe de résonance donne une valeur approximative γ_1 de l'amortissement en utilisant la formule

$$e = \frac{n\gamma_1\lambda_1^2}{2\pi}$$

Cette valeur γ_1 étant portée dans la formule

$$\operatorname{tg} \frac{4\pi\varepsilon}{\lambda_1} = \frac{\gamma_1\lambda_1}{2\pi} \operatorname{th} n\gamma_1$$

permet de calculer une valeur λ_2 de la longueur d'onde plus approchée que λ_1

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \varepsilon$$

Cette valeur est généralement assez approchée pour qu'on puisse admettre qu'elle est exacte. Il ne reste plus qu'à construire la courbe

$$\delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos \frac{4\pi}{\lambda^2} x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos \frac{4\pi}{\lambda^2} x}$$

en donnant à γ des valeurs voisines de γ_1 et en choisissant les échelles de telle façon que le maximum de la courbe cal-

culée et celui de la courbe expérimentale aient des ordonnées égales. La valeur de γ qui fournit la courbe qui se superpose le mieux à la courbe d'expérience donne l'amortissement cherché.

A titre d'exemple je donnerai les valeurs des distances des maxima successifs, pour une fréquence égale à 3×10^6 et un amortissement égal à $6,677 \times 10^{-5}$.

Numéros d'ordres des pointes n	$1/2$ longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$	Abscisses des maxima	Différences avec $n \frac{\lambda}{2}$ ε_n	Distances de deux maxima successifs
1	45 mètres	44,64 mètres	0,36 mètre	»
2	id.	89,43 —	0,57 —	44,79 mètres
3	id.	134,344 —	0,656 —	44,914 —
4	id.	179,34 —	0,66 —	44,996 —
∞	id.		0,66 —	

2° LE PONT MOBILE SEUL EST UN RÉFLECTEUR PARFAIT

Le pont qui ferme la ligne à son origine ne peut être un réflecteur parfait puisqu'il faut y intercaler l'appareil de mesure qui permet de tracer la courbe de résonance. Il n'est plus possible d'admettre que la loi de propagation sinusoïdale amortie relative à la ligne indéfinie soit applicable exactement d'une extrémité à l'autre. Le calcul rigoureux du phénomène est à peu près inabordable. Il faudrait trouver une solution du système d'équations de Maxwell pour le milieu extérieur, une solution pour l'intérieur de la ligne et

écrire les conditions de passage à la surface de séparation des deux milieux. La solution ainsi trouvée devrait évidemment différer peu de la solution relative à la ligne indéfinie pour des points situés à très grande distance des extrémités. Elle en diffère, au contraire près de celles-ci, et cette différence constitue ce qu'on appelle la perturbation des ponts. On peut chercher à traduire cette dernière en ajoutant aux termes de la solution valable pour la ligne indéfinie des termes correctifs négligeables à grande distance des ponts. Sous cette forme, la recherche de la correction des extrémités est encore très compliquée et il n'est guère possible d'arriver à des conclusions générales.

Mais l'expérience montre que dans certains cas, pour certaines dispositions des appareils, les hypothèses suivantes sont suffisantes pour expliquer les résultats des mesures :

1° *Le pont d'entrée est assimilable à une résistance r , une self-induction l et une capacité c mises en série sur la ligne ; à une petite distance de ce pont la propagation est sensiblement la même qu'à grande distance ;*

2° *Le pont mobile est assimilable à un réflecteur parfait.*

En admettant ces hypothèses, un calcul analogue à celui que nous avons développé pour le cas simple de ponts parfaits conduit aux expressions suivantes du courant et de la différence de potentiel

$$I = E \frac{e^{\beta(z-x)} + e^{-\beta(z-x)}}{\left(\sigma - \frac{\rho}{\beta}\right) e^{-\beta x} + \left(\sigma + \frac{\rho}{\beta}\right) e^{\beta x}}$$

$$V = -\frac{\rho}{\beta} E \frac{e^{\beta(z-x)} - e^{-\beta(z-x)}}{\left(\sigma - \frac{\rho}{\beta}\right) e^{-\beta x} + \left(\sigma + \frac{\rho}{\beta}\right) e^{\beta x}}$$

où σ désigne la quantité $r + i\left(l\omega - \frac{1}{c\omega}\right)$.

Les carrés des valeurs efficaces s'écrivent, tous calculs effectués

$$I_e^2 = \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2 \omega^2} E_e^2 \frac{\operatorname{ch} 2\gamma(x-x) + \cos 2\alpha(x-x)}{\Delta}$$

$$V_e^2 = E_e^2 \frac{\operatorname{ch} 2\gamma(x-x) - \cos 2\alpha(x-x)}{\Delta}$$

en posant pour abréger

$$\Delta = \operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x$$

$$+ \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2 \omega^2} \left\{ r^2 + \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right)^2 \right\} (\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x)$$

$$+ \frac{2}{R^2 + L^2 \omega^2} \left\{ R \left[\gamma r - \alpha \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right] \right.$$

$$+ L\omega \left[\alpha r + \gamma \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right] \left. \right\} \operatorname{sh} 2\gamma x$$

$$- \frac{2}{R^2 + L^2 \omega^2} \left\{ R \left[\alpha r - \gamma \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right] \right.$$

$$\left. - L\omega \left[\gamma r - \alpha \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right) \right] \right\} \sin 2\alpha x.$$

La déviation du galvanomètre s'écrira en utilisant les notations employées dans le cas idéal précédemment étudié

$$\delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x}{\Delta}.$$

Examinons seulement le cas où l'amortissement est assez petit pour qu'on puisse écrire

$$\operatorname{ch} 2\gamma x = 1 + 2\gamma^2 x^2$$

Lorsque la perturbation du pont d'entrée est faible le terme principal du dénominateur est le terme $\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x$.

L'abscisse du maximum de rang n est voisine de $n \frac{\lambda}{2}$. Si

l'on effectue le changement de variable $x = X + n \frac{\lambda}{2}$ et que

l'on développe le dénominateur en série limitée aux termes

du second degré en X , on est conduit, par un calcul analogue à celui qui a été effectué pour le cas idéal, à une expression de la forme

$$\Delta = \left[\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2} + 2n\gamma\lambda C + 2B \right] + 2 \left[n\gamma^2 \lambda (1 + B) + \gamma C + \frac{2\pi D}{\gamma} \right] X + \frac{8\pi^2}{\lambda^2} X^2$$

où B , C et D désignent des termes constants qui ne contiennent que les coefficients R , L et C relatifs à la ligne et r , l , c relatifs au pont d'entrée.

Ces trois coefficients B , C et D ne peuvent être calculés à l'avance et seule l'expérience peut les déterminer. Celle-ci montre qu'il y a des cas où les pointes de résonance ont des maxima équidistants, à la limite de précision des mesures $\left(\frac{1}{100} \text{ mm.} \right)$, et admettent un axe de symétrie passant par leurs maxima respectifs. L'aspect de la courbe de résonance est à peu près celui qui correspond au cas où l'on a des ponts parfaits, avec cette différence que les maxima décroissent moins vite. Dans ces conditions, il est légitime d'admettre que les termes du premier degré en X sont négligeables dans l'expression de Δ qui s'écrit alors simplement.

$$\Delta = \left(\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{2} + 2n\gamma\lambda C + 2B \right) + \frac{8\pi^2}{\lambda^2} X^2.$$

La déviation du galvanomètre est donnée par la formule

$$(17) \quad \delta = \frac{\Delta}{\left(\frac{n^2 \gamma^2 \lambda^2}{4} + n\gamma\lambda C + B \right) + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} X^2}$$

Elle se réduit à la formule relative au pont parfait lorsque l'on pose : $B = 0$, $C = 0$.

Transformations graphiques des pointes. — L'allure générale de la courbe de résonance reste à peu près la même. Les maxima sont très marqués et les minima nuls. Mais

l'étude d'une seule pointe ne suffit plus, dans le cas présent, à déterminer l'amortissement, et la présence des deux coefficients inconnus B et C nécessite l'emploi de trois pointes au moins. La mesure de la seule largeur e d'une pointe ne suffit plus pour connaître l'amortissement.

Si l'on effectue la transformation T_1 , l'on obtient encore des paraboles P_n toutes égales entre elles et égales aux paraboles obtenues dans le cas du pont parfait. Leurs sommets sont situés sur une parabole C dont l'équation est :

$$(18) \quad y = \gamma^2 x^2 + 2\gamma Cx + B$$

Cette dernière courbe n'est autre que la parabole C, qui correspond au cas précédent, à laquelle on a fait subir une translation parallèle à l'axe des x et une translation parallèle à l'axe des y .

Le coefficient B est essentiellement positif car sa valeur est égale à :

$$\frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2\omega^2} \left[r^2 + \left(l\omega - \frac{1}{c\omega} \right)^2 \right]$$

Le coefficient C, au contraire, pourrait être négatif ou nul. L'expérience a montré qu'il est positif. La translation de la parabole C la déplace donc vers les abscisses négatives et les ordonnées positives.

Discussion des cas possibles suivant l'importance des termes B et C. — Trois cas importants sont à distinguer :

1° Si les termes B et C sont négligeables, on retombe sur le cas simple déjà étudié. La parabole C part de l'origine et a pour tangente en ce point l'axe des x (fig. 2).

2° Si les termes B et C, sans être négligeables, sont petits, la parabole C est légèrement déplacée vers le haut et vers la gauche (fig. 3). Les sommets des paraboles P_n se placent ainsi sur une région moins courbée de la courbe C que dans le cas n° 1. Les coefficients inconnus B et C se déterminent

à l'aide de trois pointes de résonance auxquelles on applique la transformation T_1 , puis la transformation T_2 . En désignant toujours par p_n l'ordonnée du minimum de la parabole P_n et



Fig. 3.

par m la pente commune aux droites transformées D_n , B et C sont reliés à ces quantités par la relation

$$(18) \quad B + n\gamma\lambda C + \frac{n^2\gamma^2\lambda^2}{4} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \frac{p_n}{m}$$

En éliminant B et C entre les 3 équations linéaires que fournit cette relation appliquée à 3 valeurs de n différentes, on obtient l'amortissement γ . Il faut remarquer que le calcul

de γ revient, au point de vue géométrique, à déterminer la courbure en son sommet de la parabole C, en utilisant la connaissance de trois de ses points situés dans une région moins courbée que le sommet. Ce calcul est d'autant moins précis que la parabole C est plus éloignée de la position qu'elle occupait dans le cas où le pont perdait et il peut même devenir illusoire.

3° Lorsque les points A, B et C sont sur une même droite

*Transformations T_1 et T_4
(la détermination de γ n'est plus possible)*

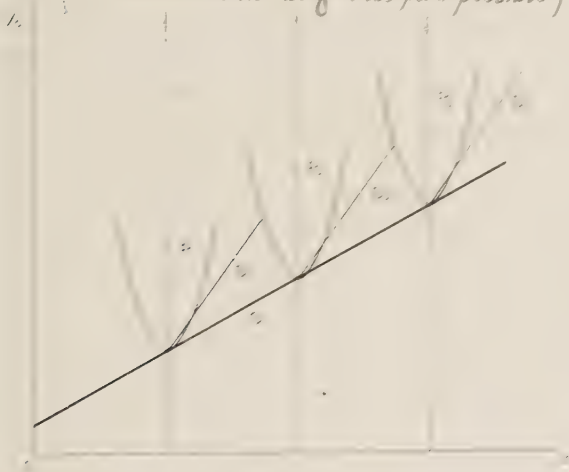


Fig. 4.

la parabole C est assez déplacée pour que les sommets des paraboles P_n semblent situés sur une droite. Le terme en γ^2 est négligeable devant les termes B et C et γ ne peut être tiré de l'expérience (fig. 4).

Nous n'examinerons pas ce qui se passe lorsque l'amortissement est grand. L'expérience a montré que dans ce cas le grand amortissement de la ligne fait disparaître l'influence perturbatrice du pont d'entrée et que l'on se retrouve dans le cas où ce pont constitue un réflecteur parfait.

Remarque sur la signification des coefficients r , l et c .

— Ces coefficients, relatifs au pont d'entrée, jouent le rôle d'une résistance, d'une self-induction et d'une capacité, grandeurs qui à haute fréquence n'ont pas de signification bien définie. Il ne faut pas essayer de les calculer à l'avance car ils dépendent, comme nous le verrons plus loin, non seulement de la forme et des dimensions du pont d'entrée, mais encore de la forme et de la position de l'oscillateur qui entretient les oscillations dans la ligne. L'expérience seule peut les définir. En les introduisant dans nos formules, nous admettons simplement qu'aux environs du pont d'entrée il y a une perte d'énergie proportionnelle au carré du courant, due à l'effet Joule et au rayonnement, et une différence de phase entre la force électromotrice imposée et le courant.

CHAPITRE II

Description des appareils et des expériences.

Dans ce chapitre nous décrirons la disposition des appareils à laquelle nous nous sommes arrêté. Nous avons cherché à réaliser un montage qui permette de vérifier qu'on est bien dans les conditions des calculs développés au chapitre précédent et de déterminer par là-même les conditions dans lesquelles s'effectue la propagation.

Ligne métallique. — La ligne se compose de deux fils métalliques soudés à leur origine à deux morceaux de tige filetée en laiton t qui traversent un bloc d'ébonite B encastré au bord d'une lourde table T (fig. 5, 6, 7).

L'écartement des fils est défini par les trous percés dans le bloc et par lesquels passent sans jeu les tiges filetées. Celles-ci sont arrêtées par deux écrous e appuyés sur le bloc d'ébonite par la tension des fils. Ces fils, à l'autre extrémité de la ligne, sont attachés à deux tendeurs à vis v fixés à une seconde table T' située à une distance de la première qui varie entre 12 mètres et 50 mètres. Les tendeurs permettent de rendre les fils presque rectilignes, tout au moins sur la longueur de 12 m. Sur 50 m. il est impossible d'éviter une légère flèche. Les fils étaient choisis dans des couronnes ne présentant aucune irrégularité. Ils n'étaient pas recuits, car le procédé qui consiste à recuire d'abord les fils et à les écrouir ensuite, en les tendant pour faire disparaître les défauts de rectitude, donne des diamètres variables d'un bout du fil à l'autre. Le fil qui provient d'une assez grande

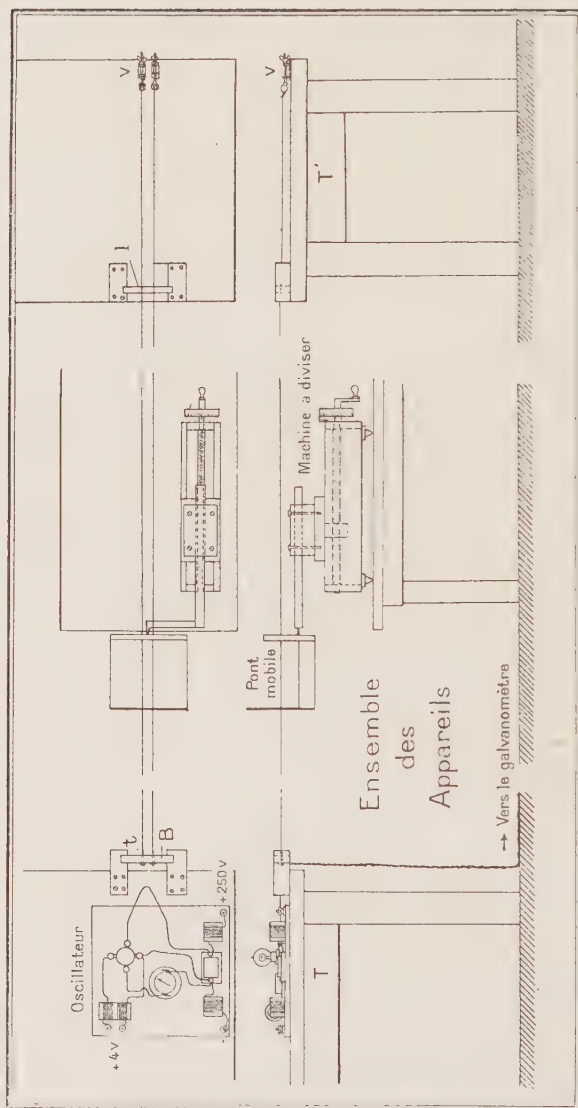


Fig. 5.

couronne et qui est déjà écroui, possède au contraire un diamètre remarquablement régulier. L'écartement des fils à leur extrémité était assuré à l'aide d'une lame en ébonite l entaillée de traits de scie verticaux au fond desquels passaient les fils.

La ligne est ainsi supportée par le bloc d'ébonite situé à son origine et la lame entaillée située à son extrémité. Aucun support intermédiaire ne la soutient dans la partie que l'on étudie.

Pont d'entrée. — Le bloc d'ébonite B sert à la fois à supporter la ligne et à recevoir le pont d'entrée et la soudure thermoélectrique.

L'oscillateur est disposé au voisinage de ce pont très court. Le couplage avec l'oscillateur est très faible et son fonctionnement n'est pas altéré lorsque le pont mobile passe par les positions de résonance. La ligne emprunte alors très peu de puissance à l'oscillateur.

Les courants de résonance sont faibles et on utilise, pour les mesurer, une soudure thermoélectrique et un galvanomètre très sensibles.

Le pont d'entrée est constitué par deux lames de clinquant c serrées entre le bloc B et les écrous e .

Entre ces deux lames s'intercale la soudure thermoélectrique. Celle-ci peut être disposée de plusieurs façons. Dans un premier dispositif chacune des lames c aboutissait à l'une des armatures de deux condensateurs formés de lames de de clinquant séparées par des lames de mica. Les deux autres armatures étaient reliées par des fils de fer et de constantan de $4/100$ mm. de diamètre soudés entre eux, ce qui réunissait en cascade les deux condensateurs qui se trouvaient ainsi intercalés sur le pont d'entrée avec la soudure. Les fils de fer et de constantan étaient réunis aux deux bornes d'un galvanomètre cuirassé de Rubens par des fils isolés et tordus ensemble. Cette première disposition, dont la figure 6 mon-

tre le détail, avait pour but d'éviter de mettre la ligne en dérivation sur la soudure thermoélectrique.

L'expérience a montré que ce dispositif est correct si le condensateur a une capacité suffisante.

Un condensateur de trop faible capacité, intercalé sur le pont, introduit de graves perturbations qui se traduisent par des dissymétries importantes des pointes de résonance. La figure (8) montre une pointe de résonance qui présente une telle dissymétrie. Elle a été obtenue lors d'essais sur une

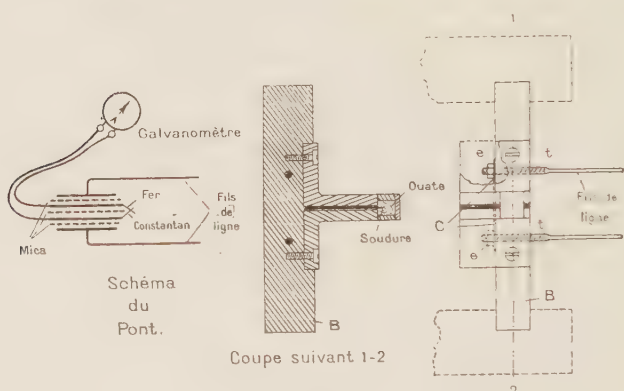


Fig. 6.

ligne de bronze d'aluminium. Il y a une position du pont mobile très voisine du pont d'entrée qui correspond à une résonance du circuit self-capacité formé par le condensateur intercalé sur le pont fixe et quelques centimètres de ligne. Les conditions du calcul exposé au chapitre précédent sont alors très loin d'être satisfaites.

Dans la plupart des expériences, nous avons utilisé une disposition plus simple de la soudure (fig. 7). Deux morceaux de fil de fer et de constantan d'environ 2 mm. de longueur sont soudés en leurs milieux. Une des branches fer de la croix ainsi formée est soudée à l'une des lames *c*, une des

branches constantan à l'autre lame et les deux autres branches aux fils qui conduisent au galvanomètre.

Il était à craindre que la soudure ne se comportât, à cause de la résistance de contact des deux fils fer et constantan, comme une pile aux bornes de laquelle aboutiraient deux circuits, l'un le circuit du galvanomètre, l'autre celui de la ligne sur laquelle se déplace le pont mobile. Dans ces condi-

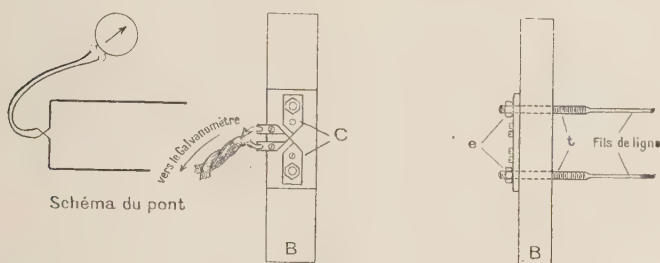


Fig. 7.

tions, le courant produit par l'échauffement de la soudure se serait partagé entre le galvanomètre et la ligne dans des proportions variables lorsque le pont mobile se déplaçait. L'expérience a montré que si la soudure est bien faite, si les deux fils de fer et de constantan se touchent en un seul point, la présence de la ligne ne modifie pas le courant dans le galvanomètre. La soudure joue le rôle d'une pile sans résistance intérieure.

Nous nous en sommes assuré de la manière suivante :

La soudure, montée sur la ligne, était enfermée dans une boîte de bois avec une lampe à incandescence allumée. On arrivait, en déplaçant la lampe dans la boîte, à obtenir une déviation du galvanomètre de l'ordre de celles que donne le passage dans la soudure des courants de haute fréquence (environ 30 cm.). Nous avons constaté que cette déviation ne change pas, lorsqu'on déplace le pont mobile sur toute la longueur de la ligne.

Il est donc inutile de couper le pont d'entrée par un condensateur, ce qui évite d'introduire sur ce pont des pièces métalliques supplémentaires.

La soudure était protégée contre les variations de température de l'air extérieur par une boîte d'ébonite ou de carton remplie de coton, dont les dimensions ne sont pas indifférentes. La soudure échauffée par le passage d'un courant ne se refroidit pas instantanément. Le galvanomètre, après le

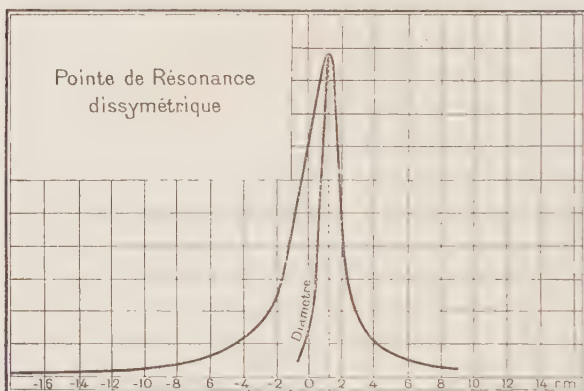


Fig. 8.

passage du courant, ne revient que lentement à son zéro, ce qui rend extrêmement long le tracé de la courbe de résonance.

Par un choix convenable des dimensions de la boîte, qui se fait par tâtonnement, on arrive à réduire considérablement la durée du refroidissement, si l'échauffement n'a pas été exagéré. En utilisant des déviations inférieures à 30 cm., l'échauffement est assez faible pour que le retour au zéro soit très rapide, et il est possible d'effectuer, sans attendre, de nombreuses mesures consécutives au cours d'une expérience.

Le galvanomètre relié à la soudure était un galvanomètre à aimant mobile, doublement cuirassé, de Rubens. Bien que

sa sensibilité fut très grande, son zéro était remarquablement fixe et les déviations rigoureusement proportionnelles aux courants qui le traversaient.

Pont mobile. — Le pont mobile constitue une des parties les plus importantes de l'appareil et la correction des mesures dépend de sa bonne réalisation. Après de nombreux essais, nous avons rejeté l'emploi des ponts filiformes. Il est très difficile d'assurer leur bon contact avec la ligne et leur déplacement bien perpendiculaire à celle-ci ; ils ont, en outre, l'inconvénient de troubler considérablement la propagation des ondes dans leur voisinage. Il est impossible de stationner près d'eux, de déranger un objet dans la salle, sans modifier l'indication du galvanomètre. De plus, à cause de leur self-induction relativement grande, ils ne réfléchissent que partiellement les ondes et laissent passer derrière eux une quantité d'énergie notable. Drude l'avait calculée en considérant le pont comme un élément de ligne indéfinie possédant une résistance, une self-induction et une capacité et l'avait trouvé négligeable. Ce résultat est manifestement contraire à l'expérience car, si l'on accorde la ligne en amenant le pont à la première position de résonance et si l'on déplace un second pont derrière le premier, la déviation du galvanomètre diminue et passe par un minimum très accentué, qui peut même être nul, lorsque le second pont occupe une position voisine de la seconde position de résonance. C'est même là un moyen rapide d'obtenir une valeur grossièrement approchée de la longueur d'onde.

En réalité, la partie de la ligne située derrière un pont filiforme réagit très fortement sur la partie comprise entre l'origine et le pont, et cette réaction dépend de trop de facteurs inconnus pour qu'on puisse en tenir compte.

Si l'on trace une courbe de résonance en déplaçant le pont, on peut obtenir des pointes dont les maxima varient d'une

façon imprévue avec le numéro d'ordre, car dans la ligne, au delà du pont, se produisent aussi des ondes stationnaires. Parfois, le rapport d'un maximum au précédent ne varie pas constamment dans le même sens et les pointes sont dissymétriques. Ces anomalies se retrouvent dans les mesures des distances de deux maxima successifs qui peuvent différer de quelques millimètres. Si l'on recommence la même série de mesures après avoir déplacé un objet métallique dans le laboratoire, on trouve une courbe de résonance différente de la première. Ces observations conduisent à rejeter complètement les ponts filiformes pour des mesures précises.

Partant de l'idée qu'un pont réfléchissant doit respecter la disposition quasi-plane du champ électro-magnétique dans le milieu extérieur, et que le pont doit avoir la plus petite self induction possible, nous avons pensé qu'une plaque métallique perpendiculaire à la ligne constituerait un réflecteur presque parfait.

Il est facile de montrer qu'il en est bien ainsi dans le cas où les fils sont des conducteurs parfaits qui aboutissent normalement à un mur métallique ayant une perméabilité et une résistivité différentes de zéro.

En utilisant les coordonnées bipolaires ρ et φ et en comptant les distances x à partir de l'origine de la ligne, les équations de Maxwell en avant du mur admettent la solution :

$$R = \Omega \sqrt{\frac{K}{\mu}} (\text{ch } \rho - \cos \varphi) [-Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}] e^{i\omega t},$$

$$\Phi = (\text{ch } \rho - \cos \varphi) [Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x}] e^{i\omega t},$$

en convenant de poser $\alpha = \frac{\omega}{\Omega} \sqrt{K\mu}$; R désigne la composante normale du champ électrique et Φ la composante tangentielle du champ magnétique. Les autres composantes sont nulles.

A l'intérieur du mur métallique, les équations de Maxwell deviennent

$$\begin{aligned} 4\pi CR &= -\frac{\partial \Phi}{\partial z} & 0 &= \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{h\Phi}{\partial \rho} \\ \mu \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -\frac{\partial R}{\partial z} & 0 &= \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{hR}{\partial \varphi} \end{aligned}$$

où C désigne la conductibilité du métal et h la quantité $\frac{b}{\text{ch } \rho - \cos \varphi}$.

Il faut trouver une solution de ces dernières équations qui, sur la surface, satisfait aux conditions de passage et se raccorde à la solution choisie pour le milieu extérieur.

Choisissons pour l'intérieur du mur la solution :

$$R = A'(\text{ch } \rho - \cos \varphi)e^{i\omega t},$$

$$\Phi = B'(\text{ch } \rho - \cos \varphi)e^{i\omega t}.$$

où A' et B' désignent des fonctions de z encore inconnues mais qui doivent satisfaire aux deux conditions

$$4\pi CA' = -\frac{dB'}{dz}, \quad \mu \omega i B' = -\frac{dA'}{dz}$$

A' et B' satisfont à la même équation différentielle

$$\frac{d^2 u}{dz^2} = 4\pi C \mu \omega i u$$

et l'on doit poser :

$$A' = \alpha e^{-\sqrt{2\pi\mu C\omega}(1+i)z}$$

$$B' = \alpha \sqrt{\frac{2\pi C}{\omega \mu}} (1-i) e^{-\sqrt{2\pi\mu C\omega}(1+i)z}$$

pour satisfaire à la condition que les intensités des champs électrique et magnétique décroissent quand on s'enfonce

dans le mur. Les distances z sont comptées dans ces expressions à partir de la surface du mur.

Les conditions de passage à la surface s'écrivent

$$\begin{aligned} -Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x} &= \frac{\alpha}{\Omega} \sqrt{\frac{K}{\mu}} \\ Ae^{i\alpha x} + Be^{-i\alpha x} &= \alpha \sqrt{\frac{2\pi C}{\mu\omega}} (1 - i) \end{aligned}$$

et montrent qu'il existe entre A et B la relation

$$\begin{aligned} \left[\sqrt{\frac{\mu\omega}{2\pi C}} \cdot \frac{1+i}{2} + \Omega \sqrt{\frac{\mu}{K}} \right] Ae^{i\alpha x} \\ + \left[\sqrt{\frac{\mu\omega}{2\pi C}} \cdot \frac{1+i}{2} - \Omega \sqrt{\frac{\mu}{K}} \right] Be^{-i\alpha x} = 0 \end{aligned}$$

Pour déterminer A et B une seconde relation est nécessaire. On l'obtiendra en écrivant la condition d'entretien par l'oscillateur

$$E = -A + B$$

E désignant la force électromotrice imposée à l'origine de la ligne.

Le courant à l'origine de la ligne s'obtient en écrivant que la circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé entourant l'un des fils est égal au vecteur $4\pi I$. Il suffit de prendre comme contour l'un des cercles qui constituent les lignes de force magnétique et l'on obtient

$$4\pi I = \int_0^{2\pi} \Phi h d\varphi = \int_0^{2\pi} b(A + B) d\varphi = 2\pi b(A + B).$$

En substituant dans cette expression les valeurs de A et B on obtient tous calculs effectués :

$$(20) \quad I_e^2 = \frac{b^2}{4} E_e^2 \frac{\frac{\mu\omega}{2\pi C} (1 - \cos 2\alpha x) + \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\pi C}} \Omega \sin 2\alpha x + 2\Omega^2 (1 + \cos 2\alpha x)}{\frac{\mu\omega}{2\pi C} (1 + \cos 2\alpha x) + \sqrt{\frac{2\mu\omega}{\pi C}} \Omega \sin 2\alpha x + 2\Omega^2 (1 + \cos 2\alpha x)}$$

Il suffit de multiplier cette expression par sa conjuguée pour obtenir le carré du courant efficace, c'est-à-dire à un facteur constant près, la déviation du galvanomètre en fonction de x ; autrement dit, l'équation de la courbe de résonance.

Si le pont était parfaitement réfléchissant, on obtiendrait directement

$$(21) \quad I_e^2 = \frac{b^2}{4} E_e^2 \frac{1 + \cos 2\alpha x}{1 - \cos 2\alpha x}$$

et l'on voit que cette condition serait réalisée en posant dans l'expression (20) $E = \infty$, c'est-à-dire en exprimant que le pont est un conducteur parfait.

Appliquons cette formule à un exemple : Soit un pont de cuivre pour lequel $\rho = \frac{1}{c} = 1600$, $\mu = 1$ et une fréquence $N = 5 \times 10^7$ correspondant à une longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = 600 \text{ cm.}$

La déviation est proportionnelle à

$$\frac{4\left(1 - \cos 4\pi \frac{x}{\lambda}\right) + 6 \times 10^5 \cdot \sin \frac{4\pi x}{\lambda} + 9 \times 10^{10} \left(1 + \cos 4\pi \frac{x}{\lambda}\right)}{4\left(1 + \cos 4\pi \frac{x}{\lambda}\right) + 6 \times 10^5 \cdot \sin \frac{4\pi x}{\lambda} + 9 \times 10^{10} \left(1 - \cos 4\pi \frac{x}{\lambda}\right)}$$

Le premier maximum ne correspond pas tout à fait à $\frac{\lambda}{2}$ mais il est un peu déplacé vers l'avant d'une quantité extrêmement faible qui est ici de 3 microns.

Le même calcul appliqué à un pont de surface limitée et à une ligne non infiniment conductrice serait très compliqué, mais le champ électrique étant très sensiblement normal aux fils, les résultats précédents, comme le montre l'expérience, restent pratiquement valables pour une plaque de dimensions suffisantes.

La réalisation pratique d'un tel pont est facile.

Une plaque rectangulaire de cuivre, assez épaisse (2 mm. 5) et assez large, est fixée à une des extrémités d'une pièce de bois bien dressée. A l'autre extrémité, se trouve fixée de

manière analogue une plaque d'ébonite parallèle à la plaque de cuivre. A l'aide d'une mèche ayant le diamètre exact des fils, on perce deux trous, à l'écartement voulu, dans la plaque de cuivre, et deux trous en regard dans la plaque d'ébonite. Par ces trous passent les fils conducteurs, et la plaque se trouve maintenue automatiquement normale à la ligne. Le poids du pont est suffisant pour assurer un bon contact entre les fils et la plaque.

Quant aux dimensions à donner à la plaque de cuivre, on peut les déterminer par l'expérience.

Une lame métallique étroite produit les mêmes effets qu'un pont filiforme. On l'amène à la première position de résonance, puis on lui soude des plaques de cuivre de façon à augmenter progressivement sa largeur et sa hauteur. On constate qu'il faut reculer le pont pour l'amener à la résonance et que la déviation correspondante est augmentée. On obtient ainsi rapidement une plaque telle, qu'en augmentant encore sa largeur et sa hauteur, il ne soit plus nécessaire de reculer le pont pour retrouver la résonance et que la déviation du galvanomètre n'augmente plus. Il est légitime d'admettre, dans ces conditions, que l'effet de la plaque est le même que celui d'un mur indéfini. La longueur dont il a fallu reculer la plaque à partir de la position de résonance du pont filiforme, longueur que Drude appelait le raccourcissement du pont, est à peu près égale à la demi-distance des fils.

La distance de la première position de résonance au pont d'entrée diffère très peu de la distance de deux maxima successifs. Ainsi se trouve approximativement réalisée les conditions du calcul théorique exposé au chapitre précédent, où nous avons admis que le pont mobile était un réflecteur parfait et que, pour la première position de résonance, la distance des deux ponts fixe et mobile différait peu de la demi-longueur d'onde.

Le pont en forme de plaque ainsi décrit ferme la ligne d'une façon parfaite.

Les anomalies que l'on rencontre avec les ponts filiformes ont complètement disparu. On peut toucher les fils derrière le pont, déplacer au delà de ce dernier un second pont sans modifier la déviation du galvanomètre. Il est important que les trous, par lesquels passent les fils, soient forés juste au diamètre de ceux-ci, et que la plaque ne présente pas d'autres trous dans sa région centrale. Si après un long service, les trous viennent à s'ovaliser, on voit réapparaître les perturbations que donne le pont filiforme. Il faut alors boucher les anciens trous et en repercer d'autres.

Nous pouvons expliquer maintenant pourquoi nous avons choisi parmi tant d'autres le montage précédent. Il paraissait plus naturel de fermer la ligne, du côté de l'oscillateur, par un pont d'entrée ne portant pas de soudure thermo-électrique, et de placer celle-ci sur le pont mobile, mais cette disposition, que nous avons essayée, ne donne pas de bons résultats.

Le pont d'entrée, dans lequel se produit l'induction par l'oscillateur, introduit une perturbation dont il faut tenir compte, et le pont mobile, coupé par la soudure, ne pouvant être constitué par une plaque, offre les inconvénients du pont filiforme. Il y aurait ainsi deux corrections à faire, l'une pour le pont d'entrée, l'autre pour le pont mobile. D'autre part, en déplaçant le pont mobile, on déforme le circuit constitué par le galvanomètre, la soudure thermo-électrique et les fils de connexion. Il est préférable de laisser cet ensemble fixe en plaçant la soudure sur le pont d'entrée. De cette façon, il n'y a qu'une correction à faire, qui traduit l'influence perturbatrice du pont d'entrée, de la soudure, des fils du galvanomètre, et du couplage de cet ensemble indéformable avec l'oscillateur. Quant au pont mobile, il peut être considéré comme parfaitement réfléchissant et ne nécessite aucune correction.

Nous passerons sous silence les essais que nous avons d'abord entrepris en utilisant une galène montée sur un circuit apériodique couplé à la ligne. Ce dispositif, qui paraît sensible, l'est effectivement beaucoup moins que la soudure

thermo-électrique. Il ne donne des déviations notables que si le circuit apériodique est couplé fortement à la ligne, ce qui est une mauvaise condition expérimentale. La courbe caractéristique d'une galène est d'ailleurs mal déterminée et, de plus, sa sensibilité varie considérablement suivant le point du cristal que l'on utilise. Il paraît difficile d'effectuer à l'aide de ce dispositif des mesures précises.

Mesure des distances. — Il y a deux sortes de mesures de longueurs à effectuer, qui n'exigent pas la même précision : la mesure des longueurs d'onde et la mesure des déplacements du pont mobile, lors du tracé de la courbe de résonance. Les premières, qui portent sur des longueurs de quelques mètres, n'ont besoin d'être effectuées qu'à une fraction de millimètre près. Les secondes, au contraire, doivent l'être au $1/10$ ou même au $1/100$ de millimètre.

Nous obtenions la demi-longueur d'onde en marquant sur les fils, à l'aide d'une lame bien aiguisée, des traits fins au niveau du pont mobile amené aux positions de résonance successives, et nous mesurons la distance des traits successifs à l'aide d'une règle de 2 m., divisée en millimètres et comparée à une règle étalon.

On pouvait répondre ainsi de $2/10$ de millimètres. Lorsque le montage de l'appareil est correct, on ne trouve pas de différence entre les distances de deux positions successives de résonance prises au commencement ou à la fin de la ligne. Les pointes de résonance sont extrêmement régulières. Lorsqu'on trouve des différences entre les distances de deux maxima successifs, il faut rechercher une incorrection dans le montage, soit que le pont mobile réfléchisse incomplètement, parce qu'il est trop petit, ou que les trous par où les fils le traversent soient trop larges, soit que le pont d'entrée introduise une perturbation trop considérable. L'équidistance des maxima et la symétrie des pointes de résonance sont deux propriétés corrélatives. Si l'une est altérée, l'autre l'est également.

Le tracé des pointes de résonance se faisait en poussant le pont mobile à l'aide d'une machine à diviser dont le chariot portait une tige rigide terminée par un prolongement d'ivoire. Celui-ci venait s'appuyer sur la plaque d'ébonite du pont mobile et les déplacements du pont se lisaient sur le tambour de la machine à diviser. Ce dispositif était nécessaire pour les lignes présentant un amortissement très faible, pour lesquelles les pointes de résonance sont si étroites que les déplacements du pont doivent être mesurés au dixième de millimètre au moins.

Pour de grands amortissements, une telle précision était inutile, et il nous a suffi d'employer, pour mesurer les déplacements du pont, une équerre dont le petit côté se déplaçait le long d'une règle divisée horizontale et dont le grand côté s'appuyait contre la plaque d'ébonite du pont mobile.

Oscillateurs. — Pour les ondes courtes (inférieures à 8 m.) j'ai employé une série d'oscillateurs à lampes de modèle de MM. Gutton et Touly ⁽¹⁾. Ces oscillateurs sont très stables, et avec des lampes et des accumulateurs en bon état, il est possible de faire durer l'expérience une heure, sans constater la moindre baisse sur l'ampèremètre placé dans le circuit oscillant.

On remarquera (fig. 9) la forme que nous avons donnée au circuit de plaque et qui a pour but de localiser la force électromotrice induite aux environs immédiats du pont d'entrée de la ligne. Une précaution à prendre dans l'emploi de ces oscillateurs est de les mettre en fonctionnement un quart d'heure avant les mesures. Pendant ce temps, la lampe s'échauffe, parvient à un état permanent, et la longueur d'onde varie de quelques centimètres pour se fixer à une valeur constante.

(1) GUTTON et TOULY, Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde (*C. R.* 168, 271, 1919).

Il faut encore prendre garde que les fils qui viennent des accumulateurs de plaque soient bien isolés et ne touchent pas la table qui porte les appareils.

Il faut éviter que les fils de jonction avec les accumula-

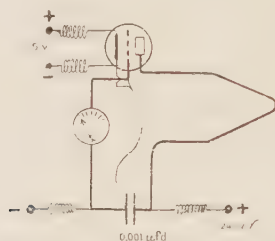


Fig. 9.

teurs ne constituent des circuits accordés sur la fréquence de l'oscillateur.

Lorsque cela arrive, on en est encore averti par un aspect dissymétrique des pointes de résonance et par les modifications considérables qu'elles subissent lorsqu'on déplace un objet aux environs de l'oscillateur ou que l'on touche aux fils qui vont au galvanomètre. Il faut alors modifier la disposition des appareils et introduire dans les circuits perturbateurs des bobines de self-induction, jusqu'à ce que les pointes de résonance ne soient plus altérées, quoi qu'on modifie autour de l'oscillateur.

Pour les grandes ondes (de 8 à 100 m.), nous avons utilisé un autre montage d'oscillateur dans lequel les circuits de grille et de plaque sont couplés par induction mutuelle, un circuit oscillant étant intercalé dans le circuit de plaque (fig. 10).

Marche d'une expérience. — L'oscillateur est mis en fonctionnement et au bout d'un quart d'heure environ, on peut commencer les mesures. La longueur d'onde est d'abord mesurée comme nous l'avons expliqué plus haut, puis, le

pont mobile étant placé en arrière de la première position de résonance, la machine à diviser est amenée derrière lui sur une table placée sous la ligne. Le pont est déplacé d'abord centimètre par centimètre, puis par demi-centimètre, par millimètre et enfin par dixième de millimètre à mesure qu'on

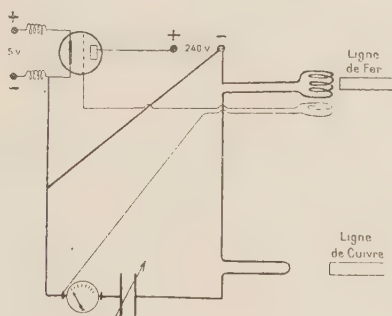


Fig. 10.

approche du maximum. La position de résonance franchie, on continue à déplacer le pont d'abord par dixième de millimètre puis par millimètre, puis par centimètre. On vérifie enfin que le zéro du galvanomètre n'a pas changé au cours de l'expérience, en plaçant le pont à une demi-longueur d'onde environ de la pointe de résonance, position où la déviation doit être absolument nulle. On opère de même avec la deuxième pointe de résonance et les suivantes.

Afin d'éliminer les erreurs qui peuvent se produire du fait que les accumulateurs baissent un peu pendant l'expérience, qui dure plus d'une demi-heure, on recommence les mesures en les croisant. Lorsqu'on ne retrouve pas les mêmes résultats en opérant dans un sens ou dans l'autre, il faut ou bien prendre la moyenne des lectures relatives à une même pointe, si elles ne sont pas très différentes, ou recommencer. Les mesures qui donnaient plus de 3 mm. d'écart pour une déviation maxima de 300 millimètres ont été rejetées.

Les résultats des lectures permettent de tracer les pointes

de résonance, de déterminer les maxima et leurs positions et de les analyser graphiquement, en leur appliquant les transformations T_1 et T_2 pour en déduire l'amortissement. Les courbes tracées sont bien régulières comme le montre la figure 11 qui représente les pointes relatives à la longueur d'onde 721 cm. 62.



CHAPITRE III

Expériences et résultats.

Les expériences ont porté :

1^o Sur un métal bon conducteur et non magnétique : le cuivre ;

2^o Sur un métal médiocre conducteur et non magnétique : le bronze d'aluminium ;

3^o Sur deux métaux magnétiques : le fer et le nickel.

1^o FILS DE CUIVRE

Le cuivre utilisé était du cuivre recuit, de haute conductibilité. Sa résistivité, à la température de 0°, était égale à 1.598 microhms cm. Sa résistivité à la température des expériences, était mesurée au pont de Thomson.

Les diamètres des fils employés étaient égaux à 0,5 et 0,91 mm. Nous avons fait varier les distances des axes des fils depuis 1 jusqu'à 10 cm. Les expériences ayant donné des résultats très différents suivant que les fils étaient rapprochés ou très écartés l'un de l'autre, nous examinerons successivement les résultats obtenus dans ces deux cas extrêmes.

Fils de ligne peu écartés. — Nous donnerons à titre d'exemple les résultats obtenus avec des fils de 0,91 mm. de diamètre, dont les axes sont distants de 21 mm., pour des longueurs d'onde décroissantes qui varient de 721,70 cm. à 301,60 cm.

A. Longueur d'onde de 721,70 cm. — Nous avons effectué une première expérience en couplant l'oscillateur et la

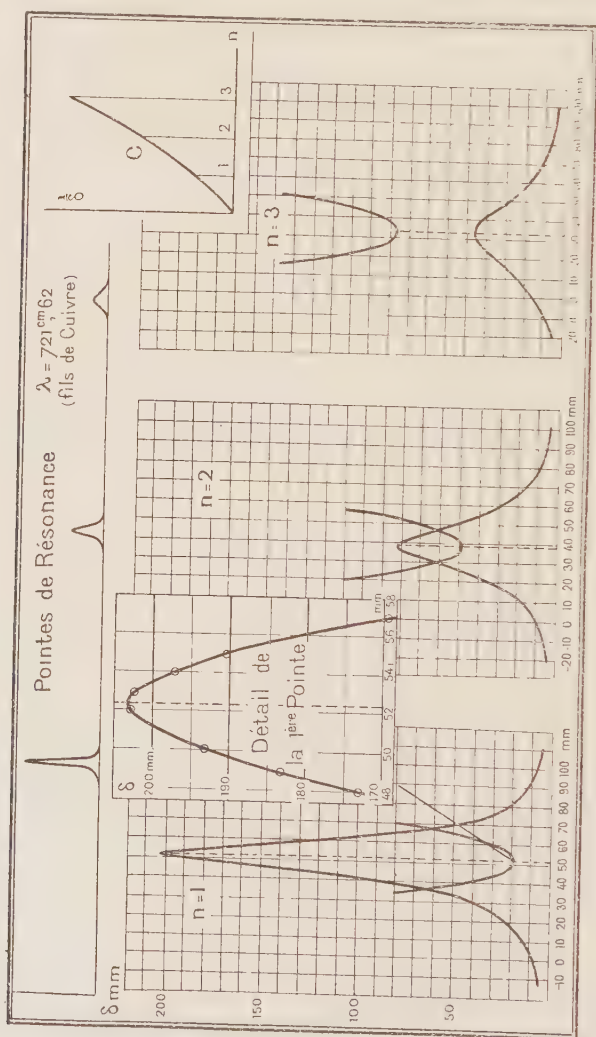


Fig. 11.

ligne de façon aussi faible que possible. Les maxima de la courbe de résonance ont été trouvés équidistants à 2/10 de mm. près.

Les pointes de résonance étaient absolument symétriques. Nous n'avons utilisé que les trois premières, car la quatrième correspond à un courant de résonance trop faible pour permettre des mesures précises.

La transformation T_1 , appliquée aux trois premières pointes, les transforme en trois paraboles P_1, P_2, P_3 superposables entre elles, et la transformation T_2 donne trois droites presque exactement parallèles (fig. 11).

Les sommets des paraboles P_1, P_2 et P_3 sont situés sur une parabole C dont la courbure est très marquée.

De ces résultats, on peut conclure que la propagation présente les caractères de la propagation sinusoïdale amortie et qu'il est possible de calculer l'amortissement comme nous l'avons expliqué au chapitre II.

En utilisant les données numériques fournies par le tableau suivant :

Numéros des pointes n	Déviation maxima $8m$	Ordonnées des sommets des P_n p_n	Pentes des droites D_n m_n	$\frac{p_n}{m}$
1	203 mill.	4,925	4,17	1,181
2	82,5 —	12,11	4,18	2,904
3	46,5 —	21,55	4,16 4,17 Moyenne	5,168

les valeurs de B, C et γ se déduisent des trois équations linéaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} B + C\lambda + \frac{\gamma^2\lambda^2}{4} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times 1,181 \\ B + 2C\lambda + \frac{4\gamma^2\lambda^2}{4} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times 2,904 \\ B + 3C\lambda + \frac{9\gamma^2\lambda^2}{4} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \times 5,168 \end{array} \right.$$

qui donnent, tous calculs effectués.

$$\left\{ \begin{array}{l} B = -0,001 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ C\lambda = 0,9118 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ \frac{\gamma^2\lambda^2}{4} = 0,2704 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \end{array} \right.$$

Nous trouvons ainsi, pour le premier terme de correction B, une très faible valeur négative, alors que d'après sa signification même, elle devrait être positive. Il est légitime d'en conclure que le terme B est négligeable.

Le second terme correctif $C\lambda$ est plus important que le terme $\frac{\gamma^2\lambda^2}{4}$ qu'il s'agit de calculer.

La troisième équation permet de calculer l'amortissement et donne :

$$\gamma = 1,26 \times 10^{-3}$$

Précision des mesures :

La précision avec laquelle γ est connu n'est pas très grande, à cause de l'importance du terme correctif $C\lambda$. Nous allons chercher à l'évaluer. L'erreur commise sur la mesure des déviations du galvanomètre n'excédait pas $2/10$ de mm. Quant à la détermination des pentes des droites D_n , le calcul a donné trois nombres qui diffèrent seulement de $\frac{1}{417}$ de leur valeur moyenne.

Les erreurs relatives à craindre sur la valeur des quotients $\frac{p_n}{m}$ sont égales respectivement à

$$\frac{2}{2030} + \frac{1}{417} = 0,0033 \text{ pour } \frac{p_1}{m} = 1,181$$

$$\frac{2}{825} + \frac{1}{417} = 0,0048 \text{ pour } \frac{p_2}{m} = 2,904$$

$$\frac{2}{465} + \frac{1}{417} = 0,0067 \text{ pour } \frac{p_3}{m} = 5,168$$

et en les introduisant dans le calcul de $\frac{\gamma^2\lambda^2}{4}$ on obtient :

$$\frac{2\gamma^2\lambda^2}{4} = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} [1,181(1 \pm 0,0033) - 2 \times 2,904(1 \pm 0,0048) + 5,168(1 \pm 0,0067)].$$

Les deux valeurs extrêmes du crochet, obtenues en donnant aux erreurs sur les termes $\frac{p_n}{m}$ les signes les plus défavorables, sont :

$$0,5408 \left(1 \pm \frac{12}{100} \right)$$

et l'erreur relative à craindre sur la valeur de γ a pour limite supérieure 6 o/o.

Influence du couplage. Nous avons répété cette expérience, avec la même ligne et la même longueur d'onde, mais avec un couplage beaucoup plus grand. L'oscillateur avait été rapproché du pont d'entrée jusqu'à la limite qu'il est impossible de dépasser, sans obtenir une réaction visible de la ligne sur l'ampèremètre intercalé dans le circuit de l'oscillateur, lorsque le pont mobile passe par une position de résonance.

La longueur d'onde mesurée dans ces conditions n'avait pas changé. Les pointes de résonance se transformaient encore en paraboles égales et en droites parallèles. Mais les coefficients B et C, qui interviennent dans la correction du pont d'entrée, avaient notablement changé.

Les données numériques fournies par le tableau :

Numéros des points n	Ordonnées des maxima δ_M	Ordonnées des sommets des P_n p_n	Pentes des droites D_n m_n	$\frac{p_n}{m}$
1	192,5 mill.	5,20	4,55	1,193
2	90,0 —	11,10	4,55	2,44
3	51,8 —	19,32	4,55	4,25

permettent d'obtenir les résultats suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} B = 0,509 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ C\lambda = 0,4025 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ \frac{\gamma^2\lambda^2}{4} = 0,2815 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \end{array} \right.$$

La dernière équation résolue par rapport à γ nous donne :

$$\gamma = 1,28 \times 10^{-5}$$

La précision relative est la même que dans l'expérience précédente, environ 6 o/o.

Ces deux expériences, effectuées dans des conditions de couplage très différentes, donnent ainsi, pour l'amortissement, deux valeurs qui ne diffèrent que d'une quantité inférieure aux erreurs expérimentales. On peut en conclure que le procédé de correction des effets de l'extrémité de la ligne, que nous avons adopté, est légitime. On constate également que le terme B augmente quand le couplage augmente et, par conséquent, les termes r , l , c qui entrent dans l'expression de B dépendent, non seulement de la nature et de la forme du pont d'entrée, mais encore de la position de l'oscillateur.

Les valeurs de l'amortissement trouvées plus haut concordent parfaitement avec la valeur de γ calculée à l'aide de la théorie de Mie, pour une ligne indéfinie formée par deux fils identiques et semblablement placés. On trouve en effet pour celle-ci :

$$\gamma t = 1,27 \times 10^{-5}.$$

Couplages exagérés. — Si l'on essaye de rapprocher davantage l'oscillateur du pont d'entrée, il se produit une réaction de la ligne, visible sur l'ampèremètre intercalé dans le circuit oscillant, lorsque le pont mobile passe par une position de résonance. La longueur d'onde est modifiée de ce fait. Les pointes de résonance s'aplatissent et finissent par se creuser lorsqu'on exagère le couplage. Aucune mesure d'amortissement n'est plus possible.

B. *Longueur d'onde de 524,3 cm.* — Le couplage avec l'oscillateur étant encore très lâche, nous avons trouvé des pointes de résonance symétriques qui se transforment en paraboles égales, puis en droites parallèles à l'aide des transformations T_1 et T_2 .

Les résultats obtenus sont les suivantes :

Numéros des pointes n	Ordonnées des maxima d_M	Ordonnées des sommets des P_n p_n	Pentes des droites D_n m_n	$\frac{p_n}{m}$
1	233,5 mill.	4,28	4,80	0,882
2	105,0 —	9,52	4,805	1,98
3	63,6 —	15,72	4,79	3,28

$$\left\{ \begin{array}{l} B = -0,014 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ C\lambda = 0,795 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \\ \frac{\gamma^2 \lambda^2}{4} = 0,101 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \end{array} \right. \quad \gamma = 1,46 \times 10^{-3}$$

L'erreur relative à craindre sur γ est d'environ 9 0/0. Dans cette expérience, les termes perturbateurs deviennent importants, et la précision avec laquelle est obtenu γ est diminuée. La parabole C, lieu des sommets des paraboles P_n est peu courbée.

Néanmoins, la valeur de γ trouvée est encore en bon accord avec la valeur théorique déduite de la théorie de Mie

$$\gamma = 1,49 \times 10^{-3}$$

C) *Longueur d'onde de 301,6 cm.* — Les points de résonance, toujours symétriques, se transforment encore en paraboles égales et en droites parallèles.

Mais le lieu des sommets des paraboles P_n est une droite.

Il est impossible de déterminer γ , bien que les pointes de résonance présentent encore les caractères de la propagation sinusoïdale amortie.

Les résultats sont les suivants :

Numéros des pointes n	Ordonnées des maxima δ_M	Ordonnées des sommets des paraboles P_n p_n	Pentes des droites D_n m_n	$\frac{p_n}{m}$
3	207	4,831	3,33	1,441
5	138,5	7,222	3,33	2,167
6	120	8,333	3,34	2,50

Si l'on effectue les calculs qui donneraient $\frac{\gamma^2 \lambda^2}{4}$, on trouve pour cette quantité une valeur négative. Les termes correctifs B et C sont trop importants et $\frac{\gamma^2 \lambda^2}{4}$ est négligeable vis-à-vis de ces derniers.

Il devient donc impossible d'obtenir l'amortissement pour cette longueur d'onde et les longueurs d'ondes inférieures.

Nous avons effectué des expériences semblables avec des lignes dont les fils étaient à de petites distances l'un de l'autre et nous avons étudié l'influence du diamètre des fils. Nous avons obtenu les résultats suivants :

La correction du pont d'entrée est d'autant plus faible que la longueur d'onde est plus grande, que la ligne est plus serrée et le diamètre des fils plus fin.

Dans tous les cas où le calcul de l'amortissement est possible, on trouve qu'il ne diffère de l'amortissement théorique, calculé pour une ligne indéfinie à l'aide de la théorie de Mie, que de quantités inférieures aux erreurs d'expérience. Il est donc permis de conclure que la loi de propagation sinusoï-

dale amortie le long d'une ligne indéfinie est vérifiée par l'expérience.

Nous réunissons dans le tableau suivant les résultats obtenus avec des lignes de cuivre à fils rapprochés.

TABLEAU DES RÉSULTATS OBTENUS AVEC DES LIGNES
EN FIL DE CUIVRE DISTANTS DE 1 CM. ET 2 CM. I

Résistivité en V. E. M. ρ	Distance des axes D	Diamètre des fils d	Longueur d'onde λ	Amortisse- ment trouvé γ	Amortisse- ment théorique γ_t	Observa- tions
1700	cent. 2,1	mm. 0,91	cm. 721,70	$1,28 \times 10^{-5}$	$1,27 \times 10^{-5}$	Couplage faible
1709	2,1	0,91	721,70	$1,26 \times 10^{-5}$	$1,27 \times 10^{-5}$	Couplage fort
1710	2,1	0,91	524,30	$1,46 \times 10^{-5}$	$1,49 \times 10^{-5}$	Couplage faible
1715	2,1	0,91	301,60	calcul impossible	»	id.
1710	1,0	0,91	744,80	$1,52 \times 10^{-5}$	$1,555 \times 10^{-5}$	id.
1710	1,0	0,91	625,40	$1,63 \times 10^{-5}$	$1,697 \times 10^{-5}$	id.
1712	1,0	0,91	496,80	$1,80 \times 10^{-5}$	$1,885 \times 10^{-5}$	id.
1710	1,0	0,91	302,40	$2,13 \times 10^{-5}$	$2,44 \times 10^{-5}$	id.
1700	1,0	0,50	706,20	$2,40 \times 10^{-5}$	$2,425 \times 10^{-5}$	id.
1700	1,0	0,50	541,40	$2,75 \times 10^{-5}$	$2,77 \times 10^{-5}$	id.
1700	1,0	0,50	417,80	$3,10 \times 10^{-5}$	$3,155 \times 10^{-5}$	id.

Influence de la distance des fils de la ligne. — Lorsque la distance des deux fils augmente les caractères de la propagation sinusoïdale qui subsistaient pour une ligne serrée,

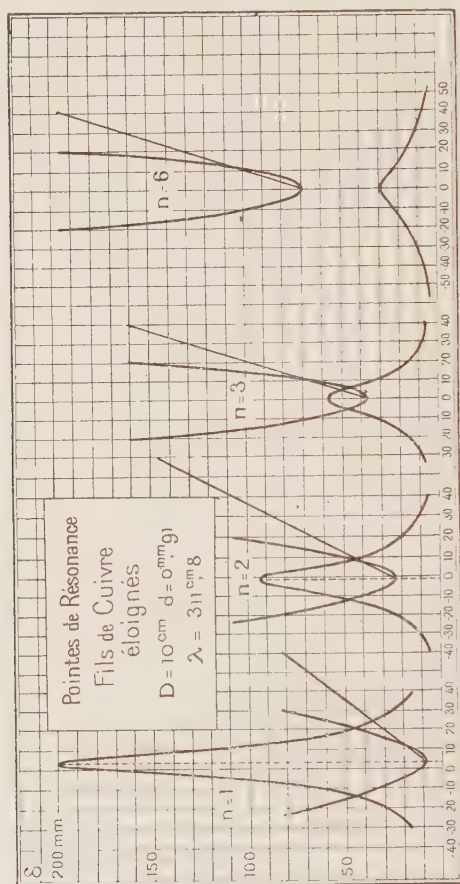


Fig. 12.

même lorsque la longueur d'onde était trop courte pour que le calcul de l'amortissement fut possible finissent par disparaître. La ligne fermée ne se comporte plus alors comme une ligne indéfinie au point de vue de la propagation.

A titre d'exemple nous donnerons les résultats d'une expé-

rience effectuée sur une ligne formée de fils de 0,91 mm. de diamètre distants de 10 cm. pour une longueur d'onde égale à 311,8 cm.

Chaque pointe de résonance admet un axe de symétrie et se transforme en une parabole puis en une droite comme dans le cas d'une ligne à fils serrés. Mais les différentes paraboles obtenues ne sont plus égales et les droites correspondantes ne sont plus parallèles. Les pentes de celles-ci croissent lorsque le numéro d'ordre des pointes augmente d'abord rapidement, puis lentement et tendent vers une valeur limite comme on peut le vérifier sur le tableau suivant :

Numéros des pointes n	Ordonnées des maxima δ_M	Ordonnées des sommets des paraboles P_n	Pentes des droites D_n m_n
1	200 mm.	5,00	1,28
2	93,2 —	10,75	1,95
3	57,1 —	17,55	3,05
6	29,0 —	34,50	3,10

Tout se passe comme s'il existait un amortissement de propagation variable le long de la ligne. Cet amortissement, important près du pont d'entrée, décroît et tend vers une limite lorsque l'on s'éloigne de ce dernier (fig. 12).

Le procédé de calcul de γ , exposé au chapitre II, se trouve en défaut, mais on peut espérer obtenir l'ordre de grandeur de l'amortissement limite en utilisant la largeur des pointes de résonance qui ont un numéro d'ordre élevé. Les valeurs γ_e , ainsi déterminées, sont bien supérieures à celles de l'amortissement théorique, calculé pour une ligne indéfinie, à l'aide

de la théorie de Mie. Elles en diffèrent d'autant plus que la longueur d'onde utilisée est plus faible. Le tableau suivant donne les résultats des expériences effectuées avec des fils éloignés :

Résistivité en V. E. M. ρ	Distance des axes D	Diamètre des fils d	Longueur d'onde λ	Amortisse- ment théorique γ	Amortisse- ment limité γ_e	Observa- tions
1700	cm. 10	mm. 0,91	cm. 718,00	$0,907 \times 10^{-5}$	$1,20 \times 10^{-5}$	Calculé avec la correction du pont d'entrée
1700	10	0,91	523,00	$1,06 \times 10^{-5}$	$1,70 \times 10^{-5}$	id.
1696	10	0,91	453,60	$1,14 \times 10^{-5}$	$1,90 \times 10^{-5}$	id.
1696	10	0,91	311,80	$1,375 \times 10^{-5}$	$2,12 \times 10^{-5}$	Extrapolé
1700	10	0,91	301,60	$1,399 \times 10^{-5}$	$2,21 \times 10^{-5}$	id.
1700	10	0,91	300,00	$1,400 \times 10^{-5}$	$2,30 \times 10^{-5}$	id.
1702	10	0,91	258,00	$1,510 \times 10^{-5}$	$2,42 \times 10^{-5}$	id.
1702	10	0,91	256,40	$1,515 \times 10^{-5}$	$2,44 \times 10^{-5}$	id.
1702	10	0,91	249,00	$1,540 \times 10^{-5}$	$2,46 \times 10^{-5}$	id.
1700	10	0,91	233,20	$1,587 \times 10^{-5}$	$2,52 \times 10^{-5}$	id.
1700	10	0,91	228,60	$1,603 \times 10^{-5}$	$2,60 \times 10^{-5}$	id.
1700	10	0,91	227,60	$1,610 \times 10^{-5}$	$2,68 \times 10^{-5}$	id.

2° EXPÉRIENCES SUR UNE LIGNE DE BRONZE D'ALUMINIUM

Afin de rechercher l'influence de la résistivité sur l'amortissement de propagation, nous avons utilisé des fils de bronze d'aluminium. La résistivité de cet alliage était égale, à 17° , à 12,25 microhms/cm. Sa perméabilité magnétique était sensiblement égale à l'unité.

Les résultats obtenus avec des fils de 1 mm. de diamètre, dont les axes étaient distants de 20 mm., confirment ceux que nous avons trouvés pour une ligne de cuivre. L'analyse des courbes de résonance est beaucoup plus facile et plus précise. Cela tient à ce que l'amortissement est, d'une part, assez grand pour que les termes de correction B et $C\lambda$ soient peu importants devant $\frac{\gamma^2\lambda^2}{4}$ et, d'autre part, assez petit pour que l'on ait le droit de poser

$$\operatorname{ch} 2\gamma x = 1 + 2\gamma^2 x^2.$$

Grâce à cette circonstance, nous avons pu mesurer γ pour une longueur d'onde égale à 297,4 cm., alors qu'avec une ligne de cuivre de dimensions à peu près égales, un pareil calcul était impossible pour une longueur d'onde de 301,6 cm.

A titre d'exemple nous donnerons les résultats obtenus en utilisant une longueur d'onde de 649,1 cm. L'amortissement

Numéros des pointes n	Ordonnées des maxima δ_M	Ordonnées des sommets des paraboles P_n p_n	Pentes des droites D_n m_n	$\frac{p_n}{m}$
1	377,0 mm.	5,609	4,23	1,326
2	98,0 —	21,57	4,23	5,10
3	44,2 —	47,84	4,23	11,31

$$B = -0,012 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

$$C\lambda = 0,120 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

$$\frac{\gamma^2 \lambda^2}{4} = 1,218 \times \frac{4\pi^2}{\lambda^2}$$

trouvé est égal à $3,30 \times 10^{-5}$ avec une erreur relative inférieure à 4 o/o. L'amortissement γ_t prévu par la théorie de Mie pour une ligne indéfinie serait égal à $3,305 \times 10^{-5}$.

Le tableau récapitulatif qui suit résume les résultats des expériences effectués avec le bronze d'aluminium.

Résistivité en V. E. M. ρ	Diamètre des fils d	Distance des axes D	Longueur d'onde λ	Amortisse- ment théorique γ_t	Amortisse- ment trouvé γ
12,250	0,1 cm.	2 cm.	649,10 cm.	$3,305 \times 10^{-5}$	$3,30 \times 10^{-5}$
12,250	0,1 —	2 —	447,30 —	$3,985 \times 10^{-5}$	$3,97 \times 10^{-5}$
12,260	0,1 —	2 —	401,50 —	$4,210 \times 10^{-5}$	$4,19 \times 10^{-5}$
12,250	0,1 —	2 —	341,50 —	$4,66 \times 10^{-5}$	$4,63 \times 10^{-5}$
12,250	0,1 —	2 —	297,40 —	$4,98 \times 10^{-5}$	$4,91 \times 10^{-5}$

Conclusions des expériences sur les métaux non magnétiques. — L'ensemble des résultats obtenus, en utilisant des fils de cuivre et de bronze d'aluminium, permet de formuler les conclusions suivantes :

Une vibration électro-magnétique sinusoïdale, entretenue dans une ligne fermée et limitée, s'y propage suivant la loi de propagation sinusoïdale amortie admise sans démonstration dans la théorie de G. Mie.

A cause des extrémités de la ligne, la propagation sinu-

soïdale amortie ne s'établit qu'à une certaine distance de celles-ci. Cet établissement, qui n'est réalisé que très loin lorsque les fils sont très éloignés, l'est, au contraire, tout près du pont d'entrée lorsque les fils sont très rapprochés. L'on tient suffisamment compte, dans ce dernier cas, de la perturbation apportée par l'extrémité de la ligne à la propagation sinusoïdale amortie, en affectant le pont d'entrée de coefficients empiriques qui jouent le rôle d'une résistance, d'une self-induction et d'une capacité.

L'influence de cette perturbation est d'autant plus grande que les longueurs d'onde sont plus courtes, les fils plus gros et plus écartés, les métaux de résistivité plus faibles et, d'une manière générale, que le produit de l'amortissement par la longueur d'onde est plus petit.

Enfin les valeurs de l'amortissement tirées des expériences sont sensiblement égales à celles que l'on calculerait en appliquant la théorie de Mie à une ligne indéfinie.

3^e ÉTUDE DE MÉTAUX FERRO-MAGNÉTIQUES

Les mesures qui précèdent ont montré l'accord de la théorie et de l'expérience dans le cas de métaux non magnétiques. Il nous a paru intéressant de reprendre le même travail avec des métaux ferro-magnétiques, tels que le fer et le nickel, afin de voir comment la perméabilité modifiait la propagation. Les théories que nous avons exposées supposaient, en effet, la constance de la perméabilité magnétique et l'absence d'hystérésis. Si, à ces hautes fréquences la perméabilité est une fonction du champ magnétisant, il n'est plus possible de calculer l'amortissement et la diminution de longueur d'onde à l'aide des formules de la théorie de Mie. L'hystérésis, si elle existe, doit introduire une perte supplémentaire d'énergie, qui se traduira par un amortissement supplémentaire, et il est impossible de prévoir comment la courbe de résonance sera déformée.

L'intensité du champ magnétisant diminuant à mesure que l'on s'éloigne du pont d'entrée le long de la ligne, la perméabilité et l'hystérésis varieront, et l'on ne doit pas s'attendre à obtenir une équation de propagation à coefficients constants.

Expériences sur une ligne de fer. — Nous avons utilisé du fil de fer doux, dont la résistivité était égale à 12 100 U. E. M. à la température de 17°. Les résultats obtenus ne sont, bien entendu, valables que pour ce fil de fer particulier.

Le diamètre des fils était égal à 0 mm. 98 et nous avons choisi comme écartement des axes 2 centimètres environ, afin de nous placer dans des conditions que les expériences sur les fils de cuivre ont montré favorables.

Le pont d'entrée était l'un de ceux qui servaient aux expériences sur les fils de cuivre.

La fréquence de l'oscillateur était mesurée à l'aide d'une ligne de cuivre analogue à celles qui avaient servi dans les premières expériences et qui était placée à angle droit de la ligne de fer. Elle était aussi faiblement couplée que possible à l'oscillateur.

La disposition relative des deux lignes avait été soigneusement étudiée afin qu'il n'y eût pas de réaction visible entre l'une et l'autre et l'oscillateur. On s'en assurait en amenant d'abord la ligne de cuivre à la résonance et en vérifiant que l'indication de l'ampèremètre de l'oscillateur ne changeait pas. Puis, on amenait la ligne de fer à la résonance, et l'on vérifiait que la déviation du galvanomètre monté sur la ligne de cuivre et celle de l'ampèremètre de l'oscillateur ne changeaient pas. Pendant les expériences, la ligne de cuivre restait constamment en résonance et l'on s'assurait par là de la constance de la fréquence de l'oscillateur. La longueur d'onde, mesurée sur la ligne de cuivre, et corrigée du raccourcissement dû à l'amortissement à l'aide de la formule (2'), donnait la longueur d'onde qui correspondait à une ligne sans résistance.

Afin d'obtenir des déviations du galvanomètre du même ordre de grandeur que celles que l'on obtenait avec une ligne de cuivre, il était nécessaire de rapprocher beaucoup l'oscillateur du pont d'entrée. Dans ces conditions, une ligne de cuivre aurait fortement réagi sur l'oscillateur. La ligne de fer, au contraire, ne donnait aucune réaction. Elle était beaucoup moins sensible aux influences extérieures que la ligne de cuivre, à cause de la grande valeur de l'amortissement de propagation.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

On reconnaît que les pointes de résonance d'une ligne de fer sont bien symétriques, ce qui semble établir que l'hystérésis et la perméabilité magnétiques n'altèrent pas la propagation sinusoïdale. Leurs maxima décroissent beaucoup plus rapidement que dans le cas du cuivre et, pour de petites longueurs d'ondes, on constate qu'ils varient très approximativement comme l'inverse du carré du numéro d'ordre. On se trouve dans les conditions simples où le pont d'entrée n'introduit pas de perturbation sensible et on peut employer, pour l'analyse des pointes, la formule simple :

$$\delta = A \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x}$$

Nous devons distinguer deux cas :

- 1° Celui des courtes longueurs d'onde (3 à 7 mètres).
- 2° Celui des grandes longueurs d'onde (7 à 100 mètres).

Courtes longueurs d'onde. — Aux fréquences qui correspondent aux longueurs d'ondes λ_0 , dans un fil sans résistance, variant entre 305,6 et 650 cm., on constate que les maxima sont équidistants et que la longueur d'onde mesurée, λ , est notablement inférieure à la longueur d'onde le long de la ligne de cuivre λ_c .

Si l'on effectue sur les deux premières pointes de résonance la transformation T_1 , on obtient des courbes qui, aux

environs des maxima, se confondent avec des paraboles assez peu courbées. Nous ne les avons pas, pour cette raison, transformées en droites D_n , car celles-ci auraient eu une pente trop faible et la moindre erreur sur cette pente se serait traduite par une erreur considérable dans le calcul de l'amortissement. Mais nous avons vérifié que la parabole P_2 relative à la seconde pointe vient par une translation convenable s'appliquer très exactement sur la parabole P_1 relative à la première. La troisième pointe est déjà trop aplatie pour qu'une telle vérification soit possible avec précision. Néanmoins, le fait que les deux premières paraboles P_1 et P_2 sont égales, prouve que la ligne possède une résistance, une self-induction et une capacité constantes par unité de longueur.

La largeur des pointes est sensiblement proportionnelle à leur numéro d'ordre. L'on peut en conclure que la propagation possède les caractères de la propagation sinusoïdale amortie et qu'il est permis de poser

$$\operatorname{ch} 2\gamma x = 1 + 2\gamma^2 x^2.$$

L'amortissement se déduit de la formule

$$(12) \quad e = n \frac{\gamma \lambda^2}{2\pi}$$

et les deux valeurs de γ que l'on trouve en utilisant les deux premières pointes concordent à moins d'un centième près.

La différence des longueurs d'onde λ mesurée le long de la ligne de fer et λ_0 le long de la ligne de cuivre qui sert de fréquence-mètre, permet de calculer la différence $\lambda_0 - \lambda$ et la formule

$$(1) \quad \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{2\rho}{16\pi^2 d^2 \Omega \log \frac{2D}{d}} + \frac{\gamma^2}{4\pi^2}$$

permet de calculer l'amortissement d'une autre façon. Ce procédé est moins précis que le précédent, puisqu'il utilise la mesure d'une différence assez faible (quelques centimètres),

et que les maxima, peu aigus, ne sont déterminés en position qu'à quelques millimètres près. Néanmoins, il fournit une vérification des formules employées.

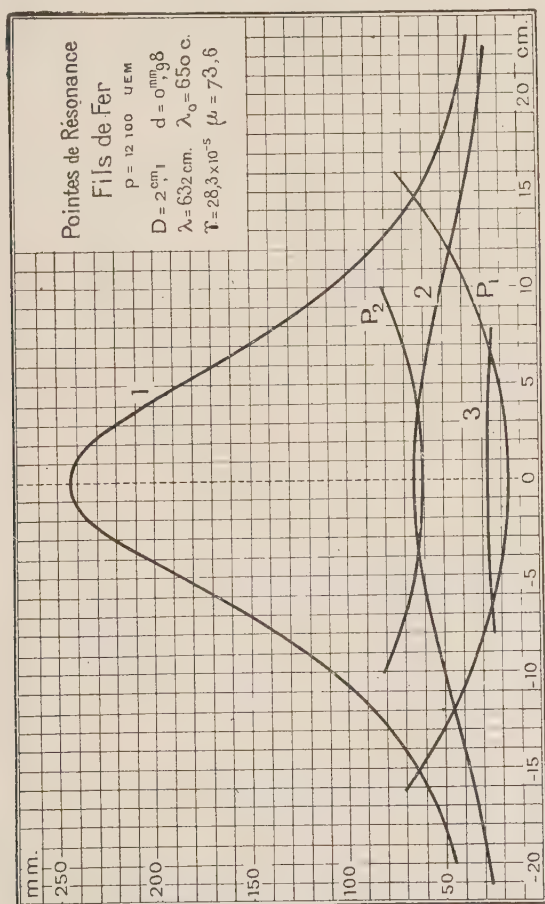


Fig. 13.

Nous donnerons comme exemple le calcul d'une expérience effectuée en utilisant la longueur d'onde $\lambda_0 = 650 \text{ cm.}$ (fig. 13).

Expérience relative à $\lambda_0 = 650 \text{ cm.}$ — La longueur d'onde mesurée $\lambda = 632 \text{ cm.}$

Le tableau suivant donne les résultats des mesures :

Numéros des pointes n	Ordonnées des maxima δ_M	Ordonnées des maxima calculées dans le cas idéal δ'_M	Largeur des pointes e	Amortisse- ment calculée à l'aide de la largeur des pointes γ
1	245 mm.	245 mm.	18 cm.	$28,4 \times 10^{-5}$
2	62 —	61,25 —	35,8 —	$28,2 \times 10^{-5}$
3	26,5 —	27,2 —	»	»

Nous y avons fait figurer les valeurs δ_M des déviations maxima qui correspondraient au cas idéal où la formule

$$\delta = \frac{\operatorname{ch} 2\gamma x + \cos 2\alpha x}{\operatorname{ch} 2\gamma x - \cos 2\alpha x}$$

est rigoureusement applicable.

Les valeurs de γ , déduites de la mesure des largeurs des deux premières pointes, concordent entre elles à $\frac{2}{300}$ près environ.

En utilisant la relation

$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{20}{16\pi^2 d^2 \Omega \log \frac{2D}{d}} + \frac{\gamma^2}{4\pi^2}$$

on trouverait pour γ une valeur un peu différente, $\gamma' = 27,1 \times 10^{-5}$ sur laquelle une erreur relative assez importante est à craindre : il suffit en effet d'une erreur de 4 mm. sur la mesure de la demi-longueur d'onde $\frac{\lambda}{2}$ pour entacher la valeur de γ' , calculée par ce dernier procédé, d'une erreur relative égale à 5 o/o. Or, s'il est encore possible de

déterminer la position du premier maximum à 1 mm. près, il est impossible de répondre de 3 mm. sur la position du second. La seconde pointe de résonance est en effet très aplatie (fig. 13). De ce désaccord entre les valeurs de γ calculées par les deux procédés précédents, M. Brylinski a cru pouvoir conclure que le fer possédait à ces hautes fréquences une hystérésis notable. Si l'on admet avec lui que pour de faibles intensités du champ, l'induction est représentée par un vecteur en retard sur le vecteur champ magnétique d'un angle φ constant, la résistance et la réactance interne par unité de longueur de la ligne, qui ont, pour des métaux non magnétiques, des valeurs peu différentes aux hautes fréquences, tendent respectivement vers les valeurs limites.

$$R = \frac{2}{d} \sqrt{2N\mu\rho}, \quad \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\omega L = \frac{2}{d} \sqrt{2N\mu\rho}, \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

et la relation entre l'amortissement et la longueur d'onde devient

$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi\lambda} \cotg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{\gamma^2}{4\pi^2}.$$

Cette relation permet de calculer l'angle φ connaissant les longueurs d'onde λ et λ_0 , ainsi que l'amortissement, préalablement déterminé en utilisant la largeur des pointes de résonance.

C'est ce qu'a fait M. Brylinski ⁽¹⁾ en utilisant les données numériques de mes expériences et les valeurs qu'il trouve semblent indiquer une hystérésis notable. En particulier, pour l'expérience relative à $\lambda_0 = 650$ cm., il trouve

$$\varphi = 0,05.$$

Il nous semble difficile d'accepter une conclusion aussi catégorique. Nous avons expliqué plus haut que la mesure

(1) BRYLINSKI, *C. R.*, t. CLXXVI, n° 21, 22 mai 1923, voir aussi *Bulletin de la Société internationale des Electriciens*, 3^e série, t. II, n° 3, mars 1912.

de la différence entre les longueurs d'onde λ et λ_c était entachée d'une erreur relative assez élevée. Le calcul de l'angle φ est entaché de la même erreur et, comme la valeur trouvée est précisément de l'ordre de grandeur de cette erreur, il ne semble pas qu'on ait le droit de rien affirmer au sujet de l'existence d'une hystérésis possible.

Il nous paraît préférable de conclure, qu'au degré actuel de précision de nos mesures, que nous avons cherché à augmenter le plus possible, l'hystérésis doit être considérée comme négligeable.

Valeur de la perméabilité magnétique. — De la valeur de l'amortissement, déterminée par l'étude des pointes de résonance, et de la résistivité du fer mesurée à la température de l'expérience, nous pouvons déduire la valeur de la perméabilité par la formule déjà rencontrée :

$$\gamma = \frac{\pi}{\Omega} \frac{\lambda}{\lambda_0} \left[\frac{\sqrt{\frac{\mu \rho \Omega}{\lambda_0}}}{2\pi d \log \frac{2D}{d}} - \frac{\rho}{16\pi^2 d^2 \log \frac{2D}{d}} \right]$$

Le nombre ainsi trouvé est faible et égal à 73,6.

Les expériences relatives à différentes longueurs d'ondes plus courtes donnent des nombres très voisins comme le montre le tableau suivant :

Longueur d'onde le long d'une ligne sans résistance λ_0	Longueur d'onde réelle λ	Amortissement déduit de la largeur des pointes γ	Amortissement déduit de la différence $\lambda_0 - \lambda$ γ'	Perméabilité calculée à l'aide de γ μ
650 cm.	632 cm.	$28,3 \times 10^{-5}$	$27,1 \times 10^{-5}$	73,6
438,2 —	428 —	$34,4 \times 10^{-5}$	$33,8 \times 10^{-5}$	73,5
305,6 —	300 —	$41,6 \times 10^{-5}$	$38,1 \times 10^{-5}$	74

Evaluation du champ magnétique à la surface des fils.

— Cette faible valeur de la perméabilité peut s'expliquer par la faiblesse du champ magnétisant dans les fils de fer. On sait en effet, que pour des champs très faibles, la perméabilité a une valeur comprise entre 60 et 100. Aussi avons-nous cherché à obtenir l'ordre de grandeur du champ magnétique à la surface des fils de la ligne où il est maximum. Pour cela il faut pouvoir évaluer l'intensité du courant qui passe dans la ligne.

Il ne faut pas songer à étalonner la soudure thermo-électrique en envoyant dans la ligne un courant alternatif à basse fréquence d'intensité connue. La déviation du galvanomètre est, en effet, proportionnelle au produit du carré du courant efficace par la résistance de la soudure et cette dernière résistance est inconnue.

Nous avons alors employé un procédé de mesure indirect, reposant sur ce fait que l'étalonnage d'un électromètre, effectué en courant alternatif à basse fréquence, est valable aux fréquences hertziennes, si les dimensions des armatures sont petites vis-à-vis de la longueur d'onde.

L'électromètre dont nous nous sommes servi est représenté sur la figure (14). Il est formé de deux plaques de clinquant P et P' distantes de 2 cm. et ayant comme dimensions $2 \times 1,5$ cm. Elles peuvent être portées au potentiel alternatif à mesurer. L'aiguille A est une petite plaque rectangulaire de clinquant, suspendue par un fil de quartz, et isolée des plaques. Afin d'éviter l'effet des charges électrostatiques permanentes, que pourrait prendre la cage, et qui fausseraient les mesures, nous avons construit celle-ci en bois. De cette façon les charges électrostatiques s'écoulent rapidement dans le sol.

L'électromètre ainsi construit était étalonné en volts efficaces à la fréquence 50 par comparaison avec un voltmètre Siemens.

Nous accordions d'abord la ligne de fer en amenant le

pont mobile à la première position de résonance. L'électromètre était ensuite placé à une distance à peu près égale au quart de la longueur d'onde en avant du pont mobile et les plaques étaient reliées, par des fils très courts, aux deux points

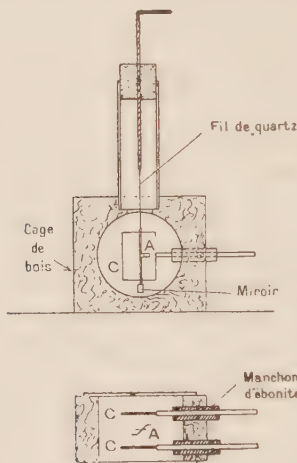


Fig. 14.

en regard des fils de ligne. L'adjonction à la capacité des fils de celle de l'électromètre modifiait légèrement l'accord de la ligne et il fallait avancer un peu le pont mobile pour retrouver la résonance. La déviation correspondante était peu inférieure à la première, de sorte que nous pouvons admettre que l'électromètre indiquait approximativement la différence de potentiel entre les deux fils à l'abscisse $\frac{\lambda}{4}$ lorsque le pont mobile est à l'abscisse $\frac{\lambda}{2}$.

En utilisant les résultats établis au chapitre II, la différence de potentiel aux points d'abscisse $\frac{\lambda}{4}$ et l'intensité du cou-

rant à l'origine de la ligne s'expriment par les formules :

$$V_e^2 = E_e^2 \frac{\operatorname{ch} 2\gamma \frac{\lambda}{4} - \cos 2\alpha \frac{\lambda}{4}}{\operatorname{ch} \gamma \lambda - \cos \alpha \lambda}$$

$$I_e^2 = \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2 \omega^2} E_e^2 \frac{\operatorname{ch} \gamma \lambda + \cos \alpha \lambda}{\operatorname{ch} \gamma \lambda - \cos \alpha \lambda}$$

Le courant est relié à la différence de potentiel par la formule

$$I_e^2 = \frac{\gamma^2 + \alpha^2}{R^2 + L^2 \omega^2} \frac{\operatorname{ch} \gamma \lambda + \cos \alpha \lambda}{\operatorname{ch} \gamma \frac{\lambda}{2} - \cos \alpha \frac{\lambda}{2}} V_e^2.$$

Si l'on y remplace α par $\frac{2\pi}{\lambda}$ et si l'on néglige γ^2 devant α^2 et R^2 devant $L^2 \omega^2$, l'on obtient une relation simple entre les valeurs maxima de l'intensité du courant et de la différence du potentiel

$$I = \frac{V}{3 \times 10^{10} L}$$

Elle permet de calculer le champ magnétique à la surface du fil en remplaçant L par sa valeur $4d \log \frac{2D}{d}$ et l'on obtient

$$\mathcal{H} = \frac{V}{3 \times 10^{10} \times d \log \frac{2D}{d}}$$

Le champ magnétique se déduit ainsi d'une mesure de différence de potentiel.

Dans l'expérience relative à la longueur d'onde de 650 cm. nous avons trouvé une déviation de l'électromètre qui correspondait à 30 volts. Les autres expériences donnent des résultats très voisins. Le champ magnétisant à l'origine de la ligne est par conséquent inférieur à 0,27 gauss. En tous les autres points de la ligne il est encore plus faible, et l'on

peut admettre que la perméabilité magnétique est faible et constante à cause de la faible intensité du champ.

Il n'est malheureusement pas facile de produire, dans une ligne de fer, des champs magnétiques plus intenses, car les oscillateurs à lampes ont une puissance limitée, mais on peut espérer modifier la valeur de la perméabilité et par conséquent l'amortissement de propagation, en aimantant les fils de fer à l'aide d'un champ permanent. Afin de nous en assurer, nous avons disposé derrière le pont mobile deux bobines de 30 cm. de longueur, portant 10 spires par cm., et dans l'axe desquelles passaient les fils de la ligne.

Le pont mobile étant d'abord amené à la position de résonance, nous avons fait passer dans les bobines un courant de 10 ampères environ. Bien que le fer fût aimanté notablement en avant du pont mobile dans une région où la moindre perturbation détruit la résonance, nous n'avons constaté aucun changement visible de la déviation du galvanomètre, qui était égale à 300 mm. environ.

Ce résultat semble indiquer qu'il existe une perméabilité particulière aux hautes fréquences qui n'est pas influencée par la variation de la perméabilité statique.

L'objection qui nous a été faite, au sujet de cette expérience, que le champ magnétisant alternatif désaimantait constamment le fer aimanté par le champ constant, ne nous paraît pas valable ; il résulte en effet d'expériences de M. S. K. Mitra que la désaimantation, par des courants alternatifs, de fils de fer aimantés diminue lorsque la fréquence augmente et devient très faible pour une longueur d'onde d'environ 600 m.

Mesures relatives à de grandes longueurs d'ondes. — Il nous a paru intéressant d'effectuer les mêmes mesures avec des longueurs d'ondes beaucoup plus grandes et d'employer des fréquences de l'ordre de 4×10^5 , afin de voir si la per-

méabilité magnétique garde la même valeur et si l'hystérésis n'intervient pas de façon notable.

Nous décrivons l'installation des appareils et la marche d'une expérience dans le cas où $\lambda_0 = 8.752$ cm.

La ligne de fer était tendue dans une galerie de 50 m. de longueur. Les fils étaient distants de 2 cm. Parallèlement et à 1 mètre environ de distance était tendue une ligne de cuivre qui était destinée à mesurer la fréquence.

Les deux lignes étaient excitées par le même oscillateur. Nous nous sommes assuré qu'elle ne réagissaient pas l'une sur l'autre, ni sur l'oscillateur, quand on les amenait à la résonance.

Etant donné la grandeur de la longueur d'onde λ_0 , nous ne pouvions déterminer que la première pointe de résonance et nous avons admis que la perturbation du pont d'entrée, qui s'était montrée négligeable pour une longueur d'onde de 6 m., l'était encore et à plus forte raison.

Les deux lignes présentaient une flèche assez marquée, d'environ 10 cm. Nous n'avons pas cherché à l'éviter en soutenant les lignes par des supports. D'ailleurs l'erreur relative qui en résulte sur la mesure des longueurs d'onde est négligeable. Le balancement inévitable de ces lignes de 50 m. rendait les mesures difficiles et il fallait attendre, après avoir déplacé le pont mobile, que les vibrations des lignes se fussent amorties. Cet inconvénient était surtout gênant pour la ligne de cuivre pour laquelle il a été impossible de tracer une pointe de résonance bien régulière. Mais le maximum de cette pointe était bien marqué et permettait de mesurer la longueur d'onde λ_c dans le cuivre à 2 cm. près.

La pointe de résonance du fer est extraordinairement aplatie. Alors que la déviation relative au cuivre s'annule quand on déplace le pont de 50 cm. de part et d'autre du maximum, il faut, sur la ligne de fer, déplacer le pont de 20 mètres pour obtenir une déviation nulle et la position du maximum est

mal déterminée. On l'obtient en traçant le diamètre des cordes de la pointe de résonance parallèles à l'axe des x et en le prolongeant jusqu'à la courbe.

L'écart entre les deux longueurs d'onde λ_0 et λ_c est considérable. Le maximum du fer est en avant de celui du cuivre d'environ 4,40 m.

On ne peut songer, pour étudier cette courbe et déterminer l'amortissement, à employer la formule simplifiée utilisée pour les courtes ondes, car les développements en série limitée au deuxième terme de $\text{ch } 2\gamma x$ ne sont plus valables. Nous avons alors employé la méthode de tâtonnements suivante : la longueur d'onde λ_0 se déduit de la longueur d'onde λ_c mesurée sur le cuivre en appliquant les formules :

$$(2) \quad \frac{1}{\lambda_c^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma_c}{\pi \lambda_c}, \quad \gamma_c = \frac{1}{\Omega} \frac{\sqrt{\frac{e\Omega}{\lambda_c}}}{2d \log \frac{2D}{d}}$$

Nous obtenons une première valeur grossièrement approchée de l'amortissement à l'aide de la relation

$$(3) \quad \gamma_1 = 2\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2}$$

qui n'est valable que pour de faibles valeurs de l'amortissement et de la longueur d'onde, et dans laquelle, dans l'ignorance où nous sommes de la valeur λ de la véritable longueur d'onde, nous remplacerons $\frac{\Delta\lambda}{2}$ par la distance des maxima relatifs au cuivre et au fer.

En choisissant pour γ des valeurs voisines de γ_1 , nous construisons les courbes

$$y = \frac{\text{ch } 2\gamma x + \cos 2\alpha r}{\text{ch } 2\gamma x - \cos 2\alpha r}$$

pour lesquelles $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}$ est déterminé par la relation

$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{\gamma}{\pi \lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\rho}{8\pi^2 d^2 \Omega \log \frac{2D}{d}} + \frac{\gamma^2}{4\pi^2}$$

Celle de ces courbes qui s'applique le mieux sur la courbe expérimentale, dont les ordonnées auront été convenablement réduites, détermine la valeur de γ et la valeur correspondante λ de la longueur d'onde.

Dans l'expérience que nous décrivons nous avons trouvé ;

Longueur d'onde mesurée le long de la	
ligne de cuivre	$\lambda_c = 8,714 \text{ cm.}$
Longueur d'onde calculée le long d'une	
ligne sans résistance.	$\lambda_0 = 8,752 \text{ cm.}$
Distance des maxima relatifs au cuivre et	
au fer	440 cm.
Amortissement approximatif	$\gamma_1 = 7,22 \times 10^{-5}$

Nous avons construit les courbes correspondant aux valeurs suivantes de l'amortissement

$$7,25 \times 10^{-5}, \quad 7,27 \times 10^{-5}, \quad 7,28 \times 10^{-5}, \quad 7,29 \times 10^{-5}$$

La meilleure courbe correspond à

$$\gamma = 7,28 \times 10^{-5}$$

$$\lambda = 7,885,3 \text{ cm.}$$

Le tableau suivant montre l'accord entre la courbe ainsi calculée et la courbe expérimentale dont les ordonnées ont été réduites de telle façon que les maxima des deux courbes soient égaux.

Il semble possible de conclure à une hystérésis négligeable, car les valeurs de la distance des maxima relatifs au fer et au cuivre, données par le calcul et par l'expérience, sont les mêmes à moins de 1 o/o près.

Abscisses du pont mobile en centi- mètres x	2α	2γ	$\cos 2\alpha$	$\operatorname{ch} 2\gamma$	$\frac{\operatorname{ch} 2\gamma + \cos 2\alpha}{\operatorname{ch} 2\gamma - \cos 2\alpha}$	Ordonnées de la courbe expéri- mentale réduites
4.271,2	390°	0,6219	0,8660	1,199	6,20	6,17
4.216,4	385°	0,6139	0,9063	1,194	7,28	7,30
4.161,7	380°	0,6059	0,9397	1,189	8,56	8,53
4.106,9	375°	0,5980	0,9659	1,184	9,86	9,84
4.052,2	370°	0,5900	0,9848	1,179	11,16	11,16
3.997,4	365°	0,5821	0,9962	1,174	12,19	12,20
3.942,6	360°	0,5740	1,0000	1,169	12,83	12,83
3.887,9	355°	0,5661	0,9962	1,165	12,79	12,78
3.833,1	350°	0,5581	0,9848	1,160	12,26	12,27
3.778,4	345°	0,5501	0,9659	1,155	11,21	11,22
3.723,6	340°	0,5421	0,9397	1,150	9,95	9,93
3.668,8	335°	0,5341	0,9063	1,145	8,58	8,56
3.614,1	330°	0,5262	0,8660	1,140	7,31	7,29

Le tableau suivant résume les résultats que nous avons obtenus avec la longueur d'onde précédente et des longueurs

d'onde plus courtes, rejoignant celles que nous avons employées précédemment.

Abscisses des maxima le long du cuivre $1/2 \lambda_0$	Longueur d'onde le long d'une ligne sans résistance λ_0	Abscisses des maxima le long du fer mesurées	Abscisses des maxima le long du fer calculées	Longueur d'onde réelle le long du fer λ	Amortissement mesuré γ	Perméabilité magnétique μ
4.357 cm	8.752 cm.	3.917 cm	3.913,4cm.	7.885 cm.	$7,28 \times 10^{-5}$	74
1.948 —	3.907,4 —	1.809 —	1.811 —	3.635 —	$11,28 \times 10^{-5}$	75
873 —	1.749,4 —	829 —	832 —	1.666 —	$17,10 \times 10^{-5}$	73,5

Expériences sur une ligne de nickel. — L'étude du nickel a été effectuée dans les mêmes conditions que celle du fer mais pour de petites longueurs d'onde seulement. Il est, en effet, impossible de tendre des fils de nickel de 1 mm. de diamètre sur une longueur de 50 m. sans qu'ils s'allongent considérablement et prennent une flèche inadmissible.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Nickel	Résistivité	$\rho = 10.260 \text{ V. E. M.}$
	Distance des fils	$D = 4 \text{ cm.}$
	Diamètre des fils	$d = 0,1 \text{ cm.}$

Longueur d'onde le long d'une ligne sans résistance λ_0	Longueur d'onde mesurée λ	Amortissement mesuré γ	Perméabilité déduite de l'amortissement μ
433 cm.	428 cm.	$16,7 \times 10^{-5}$	28,4
730,8 —	719,4 —	$13,5 \times 10^{-5}$	28,5
920,6 —	910 —	$11,5 \times 10^{-5}$	29

Tout ce que nous avons dit pour le fer s'applique au nickel. La perméabilité magnétique a seulement une valeur plus faible et les courbes de résonance ont des formes intermédiaires entre celles du fer et du bronze d'aluminium.

Conclusions des expériences sur les métaux magnétiques.

— Le fer et le nickel se comportent au point de vue de la propagation comme des métaux non magnétiques qui auraient une très grande résistivité. La perméabilité magnétique, qui intervient dans le calcul de l'amortissement et de la longueur d'onde, est faible et ne dépend pas de la fréquence. Les amortissements sont suffisamment grands pour que l'influence perturbatrice du pont d'entrée soit à peu près négligeable, et la propagation le long d'une ligne de fer ou de nickel est très exactement sinusoïdale amortie d'une extrémité à l'autre de la ligne.

Justification de la théorie de Mie. — Les expériences sur les métaux ferro-magnétiques nous permettent de généraliser les conclusions que nous avons formulées pour les métaux non magnétiques.

Le long d'une ligne métallique à fils serrés où l'on entretient une vibration électro-magnétique sinusoïdale, il se produit des ondes stationnaires, dues à la superposition de deux ondes sinusoïdales amorties par la propagation :

$$ue - \gamma^z \sin(\omega t - \alpha z + \varphi) \quad \text{et} \quad u'e^{\gamma^z} \sin(\omega t + \alpha z + \psi)$$

qui cheminent en sens inverse.

L'amortissement γ et la longueur d'onde λ peuvent être déterminés par l'expérience. Dans le cas des métaux non magnétiques, ces valeurs sont égales à celles que donne la théorie de Mie relative à une ligne indéfinie. Dans le cas de métaux magnétiques pour lesquels la perméabilité est inconnue il n'est pas possible de calculer γ et λ à l'aide de cette théorie.

Mais s'il n'est pas possible de comparer séparément les valeurs théoriques de l'amortissement et de la longueur d'onde à leurs valeurs expérimentales, il est du moins possible de constater que ces dernières valeurs satisfont très exactement aux deux relations :

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} &= \frac{\gamma}{\pi\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \frac{\rho}{8\pi^2 d^2 \Omega \log \frac{2D}{d}} + \frac{\gamma^2}{4\pi^2} \\ \gamma &= \frac{\pi}{\Omega} \frac{\lambda}{\lambda_0} \left[\frac{\sqrt{\frac{\mu\rho\Omega}{\lambda_0}}}{2\pi d \log \frac{2D}{d}} - \frac{\rho}{16\pi^2 d^2 \log \frac{2D}{d}} \right] \end{aligned} \right.$$

que prévoit la théorie de Mie. Celle-ci se trouve ainsi justifiée, tout au moins dans le cas d'une ligne à fils serrés.

RÉSUMÉ GÉNÉRAL ET CONCLUSIONS

Nous avons étudié expérimentalement la propagation d'oscillations périodiques sinusoïdales, le long d'une ligne de deux fils métalliques parallèles, et comparé les résultats que nous avons trouvés à ceux que prévoient la théorie ancienne de Heaviside, Vaschy et Poincaré et celle plus récente de Mie.

En appliquant les résultats de ces théories aux ondes progressives qui se réfléchissent sur le pont d'entrée et le pont mobile d'une ligne couplée à un oscillateur à ondes entretenues, nous avons calculé la variation du courant de haute fréquence qui passe dans le pont d'entrée, quand on déplace le pont mobile. Nous avons étudié les propriétés de la courbe de résonance dans le cas simple où les deux ponts sont des réflecteurs parfaits, et dans le cas, plus compliqué, où le pont d'entrée possède une résistance et une self-induction non négligeables. Cette étude nous a permis de trouver des transformations graphiques simples qui, appliquées à des courbes de résonance tracées à l'aide de résultats expérimentaux, permettent de reconnaître si la propagation sinusoïdale amortie existe et de calculer l'amortissement.

Dans la partie expérimentale, nous avons exposé comment nous avons pu nous placer dans les conditions simples du calcul précédent en étudiant systématiquement la forme et les dimensions du pont mobile. Nous avons pu réaliser un pont possédant une self-induction négligeable et qui constitue par là-même un réflecteur parfait, ne produisant aucun rayonnement.

Nos expériences ont porté d'abord sur des lignes formées de fils non magnétiques.

Nous avons utilisé des fils de cuivre de 0 mm. 5 et 1 mm. environ de diamètres, dont les distances ont varié de 1 à 10 cm. Les longueurs d'onde employées ont varié de 2 m. environ à 7 m.

Pour des fils distants de 10 cm., nous avons trouvé que la propagation n'était pas sinusoïdale amortie. Elle l'était, au contraire, pour des fils distants de 2 cm. et moins. Dans ce dernier cas, nous avons montré qu'on pouvait tenir compte de l'influence du pont d'entrée en lui attribuant une résistance et une self-induction qui dépendent du couplage de la ligne avec l'oscillateur. Ces termes correctifs sont d'autant plus importants que la longueur d'onde est plus courte, les fils plus gros et plus écartés et, d'une manière générale, que le produit de l'amortissement par la longueur d'onde est plus petit.

Nous avons appliqué aux courbes de résonance tracées expérimentalement les transformations graphiques dont nous avons parlé plus haut, et mesuré, par ce moyen, l'amortissement de propagation lorsque les termes correctifs qui expriment l'influence du pont d'entrée ne sont pas trop importants. Les valeurs que nous avons ainsi trouvées sont de l'ordre de 10^{-5} et sont en bon accord avec les valeurs que donnent les formules théoriques pour des lignes indéfinies.

Nous avons utilisé aussi des fils de bronze d'aluminium, afin de rechercher l'influence de la résistivité sur l'amortissement. Les résultats obtenus sont, comme pour le cuivre, conformes aux formules théoriques.

Les mêmes expériences effectuées sur une ligne de fer, pour des longueurs d'onde comprises entre 3 et 100 m., nous ont permis de constater que la propagation est encore sinusoïdale amortie. Nous avons mis en évidence l'importante différence qui existe entre la longueur d'onde et celle d'ondes planes de même fréquence se propageant dans le vide, et montré qu'elle est en bon accord numérique avec la valeur que l'on déduirait des formules théoriques. Nous avons mon-

tré que le rôle de l'hystérésis est négligeable et que la perméabilité magnétique prend une valeur très faible indépendante de la fréquence. Cette perméabilité, déduite de la mesure directe de l'amortissement de propagation, ne semble pas être affectée par l'aimantation permanente que l'on peut communiquer aux fils et paraît être une perméabilité particulière aux hautes fréquences. Sa valeur est voisine de 74.

Nous avons également étudié le nickel qui nous a donné des résultats analogues. Sa perméabilité est voisine de 28.

En résumé, nous pouvons conclure de nos expériences que l'hypothèse d'une propagation sinusoïdale amortie admise par la théorie de Mie est justifiée. Nous avons d'autre part mesuré, pour quelques lignes de différentes résistivités et de différentes perméabilités, l'amortissement lors de la propagation d'ondes sinusoïdales.

DEUXIÈME THÈSE

Action de la lumière sur les réactions chimiques.

VU ET APPROUVÉ :

Nancy, le 3 avril 1924.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

M. PETIT.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Nancy, le 4 avril 1924.

Le Recteur de l'Académie de Nancy,

CH. ADAM.

Membre de l'Institut.

